República Oriental del Uruguay

ANALES

DE

LA UNIVERSIDAD

Entrega N.º 106

Administrador: JUAN M. SORÍN

AÑO 1920

MONTEVIDEO
Imprenta Nacional
1920

ANALES DE LA UNIVERSIDAD

AÑO XXX | MONTEVIDEO — 1920 | ENTREGA N.° 106

Reforma de la Enseñanza Secundaria

ANTECEDENTES PARA SU ESTUDIO

POR

JUAN MONTEVERDE

Profesor de Ingeniería Sanitaria y de Higiene de la Arquitectura
en la Universidad de Montevideo

Siguiendo mi tenaz campaña en favor de una reforma racional y estable de nuestros estudios secundarios, publico en este volumen diversos antecedentes que se refieren a los programas y a los métodos de enseñanza de las matemáticas elementales.

Es precisamente en los estudios matemáticos donde más se han reformado los métodos y la tendencia de la enseñanza, y ésto se debe principalmente a los constantes esfuerzos que en Congresos y publicaciones ha hecho en los últimos años la *Comisión Internacional de Enseñanza de las matemáticas*, cuyo órgano de publicidad es *L'enseignement mathématique:* pertenecen a esa notable Revista mucho de los antecedentes que aparecen en este volumen, antecedentes que una vez conocidos por los miembros de los Consejos de enseñanza y por los profesores, es de esperar que traigan como resultado la adopción de programas, textos y métodos más adaptados que los usuales, a la enseñanza moderna de las matemáticas bien entendida.

Al final de este volumen publicaré el programa de ma-

temáticas que, como provisional, propuse en sustitución del vigente, no habiendo tenido la satisfacción de que fueran tomadas en cuenta, las ideas que expuse para fundarlo.

Por su importancia ilustrativa sobre la organización de la enseñanza matemática en los principales países del mundo, publico el adjunto estudio de la Subcomisión de los Estados Unidos, que es una parte del informe general que preparó para el Congreso de Enseñanza de las matemáticas que debió reunirse en Estocolmo en 1916, suspendido a causa de la actual guerra europea.

Los estudios matemáticos elementales

en los países representados en la Comisión Internacional de Enseñanza de las matemáticas

---

INTRODUCCIÓN

La Comisión Internacional de Enseñanza de las matemáticas creada por el Congreso Internacional de Matemáticas de Roma, 1908, presentó un importante acopio de informes al Congreso de Cambridge en 1912. Los de Estados Unidos han sido publicados por el Departamento de Educación (Boletín 1911, N.os 6, 7, 8, 9, 12, 13, 16, y 1912, N.os 2, 4, 13, 14). El Congreso pidió a la Comisión que continuara sus trabajos y que sometiera los ulteriores informes al Congreso que debe reunirse en Estocolmo en 1916. El siguiente boletín ha sido presentado como una parte del informe de éste en el segundo período de los trabajos de la Comisión.

El trabajo de este período consistirá naturalmente, en considerable extensión, de la preparación por cada nación de un digesto de los resultados de los primeros trabajos de la Comisión, considerados del punto de vista de cada nación.

No confiamos en un trasplante real de un curso de estudios o de métodos de trabajo de una nación a otra; sin embargo, la existencia real de la Comisión y el brillante éxito de sus trabajos, demuestran difundir la convicción de que cada nación puede sacar provecho de un estudio comparativo de los trabajos de las otras.

La materia que sigue demuestra que los tipos de organización escolar y los cursos de matemáticas de las principales naciones de Europa tienen mucho más de común unos con otros, de lo que tienen con los de los Estados Unidos. Las naciones europeas, por consiguiente, a veces hallarán en la práctica de sus naciones hermanas la confirmación alentadora de sus propias costumbres, mientras los Estados Unidos tendrán planteada la cuestión de si ellos solos han encontrado la mejor de las soluciones, por lo menos, para ellos mismos. Algunas líneas de divergencias entre la práctica general de Europa y la de los Estados Unidos están mencionadas en las observaciones que terminan este informe. Razones históricas y otras para la existencia de las divergencias, fácilmente se explican. Razones, algunas veces de índole teórica y otras veces de índole práctica, sin duda, podrán encontrarse suficientes para justificar la permanencia actual de algunas o de todas estas divergencias. Al mismo tiempo, la posesión de datos fehacientes respecto de la práctica de las principales naciones del mundo, contenidos en los informes de los cuales está extraída la materia que sigue, no podrá menos de ser útil y alentadora a los instructores de los Estados Unidos. El inspector eficiente o el profesor inteligente seguramente sacará provecho del estudio serio de los cursos de otros países cuya organización indica este boletín. Quizá encuentre poco o nada que pueda ser usado directamente en su ambiente, pero no podrá menos de ser ayudado en sus esfuerzos para mejorar sus propios trabajos, según las necesidades y condiciones locales, por un conocimiento más amplio de lo que se hace en casos semejantes por el mundo en general.

I — DISTRIBUCIÓN GENERAL DE LOS CURSOS EN LAS ESCUELAS TÍPICAS DE LOS DIVERSOS PAÍSES

Austria

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Volks-Schule	Bürger Schule	Gimnasio	Escuela real	Gimnasio real
6 - 7. . .	Primero	1	—	—	—	—
7 - 8. . .	Segundo	2	—	—	—	—
8 - 9. . .	Tercero	3	—	—	—	—
9 - 10. . .	Cuarto	4	—	—	—	—
10 - 11. . .	Quinto	5	—	1	1	1
11 - 12. . .	Sexto	—	1	2	2	2
12 - 13. . .	Séptimo	—	2	3	3	3
13 - 14. . .	Octavo	—	3	4	4	4
14 - 15. . .	Noveno	—	—	5	5	5
15 - 16. . .	Décimo	—	—	6	6	6
16 - 17. . .	Undécimo	—	—	7	7	7
17 - 18. . .	Duodécimo	—	—	8	—	8

El Ministro de Instrucción tiene la superintendencia general de la misma en las 14 provincias en que el Austria está dividida. En cada provincia hay un Superintendente de educación, que ocupa una posición intermedia entre el ministro y las autoridades de las escuelas elementales. Cada provincia está dividida en distritos y cada uno de éstos tiene su Consejo escolar. Los miembros de dichos consejos son elegidos por los maestros de cada distrito y su designación es aprobada por el Consejo de las escuelas superiores. Cada distrito está dividido en subdivisiones y cada una de éstas tiene su dirección local. La instrucción es obligatoria desde los seis a los catorce años. La educación mixta es la regla en los distritos rurales y en las ciudades es la excepción.

La administración de la enseñanza secundaria está a cargo del Ministro de Instrucción. Cada provincia cuenta con un inspèctor y una dirección propia. Todas las es-

cuelas, aun las particulares, están sujetas a las mismas disposiciones que las del Estado. La mayor parte de las escuelas de enseñanza secundaria están sostenidas por el Estado. Hay dos clases de escuelas elementales: *a)* la escuela común primaria, comúnmente llamada la Volkschule y *b)* la escuela primaria superior, llamada la Burgerschule. Muchas de éstas en las comunas rurales no son graduadas. En las ciudades el curso de estas escuelas comprende de dos a ocho grados. Las Burgerschulen consisten generalmente en tres clases que continúan el quinto año de las escuelas primarias.

Los alumnos de las escuelas primarias pueden pasar directamente a ellas. Hay cursos distintos para varones y niñas y la instrucción de los sexos se hace dentro de lo posible en escuelas separadas. A veces sigue a la Burgerschule un curso intermedio de un año. La naturaleza del curso que el alumno sigue durante este año depende principalmente de la carrera que él va a seguir. Actualmente se ha propuesto adjuntar este curso intermedio a la Burgerschule.

Hay tres tipos generales de escuelas secundarias: *a)* el Gimnasio, *b)* la Escuela real y *c)* el Gimnasio real.

El curso del primero es de ocho años, el del segundo siete, y el del tercero ocho, difiriendo en esto de la costumbre de Alemania. La edad mínima para poder ser admitido en el Gimnasio es de 10 años, es decir, que el primer año del Gimnasio austriaco corresponde al segundo del Gimnasio alemán y para ser admitido se requiere cuatro años de estudios elementales. El promedio de edad de los que ingresan oscila entre 10 $^1/_2$ y 11 años. En el Gimnasio se dicta el tradicional curso clásico y prepara al estudiante para ingresar en cualquier universidad. En ellos más del 50 % del tiempo de estudio se dedica a la enseñanza del latín, griego, historia e idioma materno. Un 25 % del tiempo es dedicado a las matemáticas, historia nacional, geografía, física y química. Se amplía el estudio del griego y del latín.

La escuela real tiende a inculcar un conocimiento completo de las materias modernas, dedicando principalmente a las ciencias una atención especial. En estas escuelas el estudiante es preparado para el estudio más profundo de las ciencias naturales y de las matemáticas: no se procura prepararlo para una carrera determinada.

El curso del Gimnasio real está establecido para aquellos que desean adquirir una instrucción secundaria y que no aspiran a ingresar en la universidad o en alguna escuela técnica superior. Un graduado del Gimnasio real puede ingresar a ciertas clases del Gimnasio o de la escuela real.

En el año 1908 se organizó un nuevo tipo de escuela secundaria, llamado Gimnasio reformado, ofreciendo cursos intermediarios entre los dictados por el Gimnasio clásico y la escuela real. Las cuatro clases inferiores son idénticas a sus correspondientes de la escuela real. En las cuatro superiores se enseña el latín, un idioma moderno y dibujo natural. En otros aspectos el curso es igual al de los grados superiores del Gimnasio. El griego no es enseñado en los Gimnasios reformados.

Bélgica

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Escuela media	Ateneo real
6 - 7	Primero	1	—	—
7 - 8	Segundo	2	—	—
8 - 9	Tercero	3	—	—
9 - 10	Cuarto	4	—	—
10 - 11	Quinto	5	—	—
11 - 12	Sexto	6	—	—
12 - 13	Séptimo	—	1	1
13 - 14	Octavo	—	2	2
14 - 15	Noveno	—	3	3
15 - 16	Décimo	—	—	4
16 - 17	Undécimo	—	—	5
17 - 18	Duodécimo	—	—	6
18 - 19	Décimotercero	—	—	7

La instrucción primaria en Bélgica comprende los seis primeros años de escuela. Para ser admitido, el alumno debe tener más de seis años de edad, cumplidos ya para Octubre del año en que ingresa, y no ser mayor de 14 años.

Las leyes del Estado disponen que cada comuna debe sostener por lo menos una escuela primaria. Los hijos de padres indigentes son instruídos gratuitamente. Actualmente hay bajo la superintendencia del Estado más de 7.000 escuelas primarias. Un tercio más o menos de este número es de escuelas mixtas.

El Rey designa un inspector de escuelas primarias para cada provincia del país. Las escuelas primarias están subdivididas en tres: *a)* la elemental, *b)* la intermedia y *c)* la superior, cada una de las cuales comprende dos años. Las escuelas primarias están bajo el contralor de la comuna, pero el estado se reserva el derecho de inspección. Después de haber hecho los estudios de la escuela primaria, es decir, a los doce años de edad, más o menos, el estudiante puede ingresar a la escuela intermediaria o al Ateneo real. Las primeras clases en estas escuelas corresponden al séptimo grado de las nuestras.

El curso de las escuelas intermedias dura tres años, correspondiendo a nuestro 7.º, 8.º y 9.º grado. Estas escuelas fueron creadas para satisfacer las necesidades de las clases comerciales y obreros adelantados, y en ellas se presta una especial atención a las materias de utilidad inmediata. Es muy apreciada la presentación del diploma de estas escuelas en las casas y empresas comerciales.

La asistencia a las escuelas intermedias es obligatoria para todos aquellos que aspiran a ocupar puestos en oficinas del Estado. Los alumnos que hayan cursado los estudios de estas escuelas, están capacitados para ocupar puestos públicos, y desempeñar empleos en el comercio, la industria y en las artes mecánicas. La edad común de admisión en las escuelas intermedias es de 12 años. El

estudiante debe sufrir un examen antes de ser admitido. Las escuelas intermedias, así como las primarias, están bajo el contralor de la comuna, pero el Estado ejerce siempre su derecho de inspección. El alumno que ha completado el curso de la escuela intermedia y desea prepararse para la Universidad, puede ingresar desde la 4.a clase en el Ateneo. Actualmente hay unas 80 escuelas intermedias para varones y unas 40 para niñas. Los Ateneos reales son las escuelas secundarias oficiales y sus cursos tienen una duración de siete años. Generalmente son sólo para varones.

Para ser admitido en las primeras clases de estas escuelas, el alumno debe tener once años por lo menos y someterse a un examen de ingreso.

En general, las primeras clases corresponden a nuestro séptimo grado, teniendo en general los que ingresan alrededor de 12 años de edad.

Los alumnos salen a los 19 años, después de 13 de escuela.

Estas instituciones son sostenidas por el Estado y son independientes de las comunas. Ellas corresponden aproximadamente bajo ciertos aspectos a las escuelas secundarias de los Estados Unidos.

Hay tres clases de Ateneos reales: *a)* el de humanidades, con 7 años de latín y 5 de griego; *b)* el de humanidades latinas, con 7 años de latín, sin griego, pero con un extenso curso de matemáticas; *c)* el de humanidades modernas, con 7 años dedicados a una lengua moderna. El curso en el de humanidades modernas está frecuentemente dividido, en las tres clases superiores, en dos secciones; éstas son: *a)* la científica, *b)* la comercial. Los alumnos que hayan completado cualquiera de los tres cursos en el Ateneo real y pasado con éxito el examen final, reciben un diploma que los autoriza para entrar en la Universidad. Los graduados en los cursos clásicos son admitidos en cualquier facultad de cualquier Universidad. Los graduados en el curso científico-latino son admitidos

en las escuelas superiores de minas, ingeniería y manufacturas.

Los graduados de humanidades modernas son admitidos en las secciones consulares y comerciales de las Universidades de Gante y de Lieja.

La organización de estos cursos se asemeja más a los cursos clásicos similares franceses que a los alemanes.

En Alemania encontramos los distintos tipos de enseñanza, en diferentes escuelas: el Gimnasio, el Gimnasio real y la escuela real.

Las escuelas secundarias de Bélgica son un importante factor en la vida nacional. La oportunidad de obtener una buena instrucción está al alcance de todos y ninguna distinción de clase o social, determina el género de instrucción que un varón o una niña debe recibir. Los grandes leaders intelectuales del país, son generalmente frutos del Ateneo. En Bélgica los cursos clásicos son considerados dignos y honrosos, pero las materias de utilidad inmediata son asimismo consideradas tan dignas y valiosas como los cursos clásicos.

Dinamarca

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	For-Skole	Mellem-Skole	Clase real	Gimnasio
6 - 7	Primero	1	—	—	—
7 - 8	Segundo	2	—	—	—
8 - 9	Tercero	3	—	—	—
9 - 10	Cuarto	4	—	—	—
10 - 11	Quinto	5	—	—	—
11 - 12	Sexto	6	1	—	—
12 - 13	Séptimo	7	2	—	-
13 - 14	Octavo	(8)	3	—	—
14 - 15	Noveno	—	4	—	—
15 - 16	Décimo	—	—	1	1
16 - 17	Undécimo	—	—	—	2
17 - 18	Duodécimo	—	—	—	3

SUBDIVISIONES DEL GIMNASIO — HORAS SEMANALES QUE EN CADA UNO SE CONSAGRAN A LAS MATEMÁTICAS

	Primer año	Segundo año	Tercer año
Curso clásico	2	2	2
Curso lenguas modernas	2	2	2
Curso científico-matemático . . .	6	6	6

Las escuelas en Dinamarca han estado siempre relacionadas estrechamente con las iglesias, pero en los últimos años el contralor eclesiástico ha sido puramente nominal. El clero, sin embargo, continúa aún la instrucción de los habitantes de campaña en las regiones apartadas del país. El obispo y el clero intervienen en la selección de maestros y en la administración general de las escuelas. Estas están bajo el contralor de las autoridades civiles. El ministro de Cultos e Instrucción Pública tiene la superintendencia de todo el sistema educacional, incluyendo la Universidad. Las autoridades de las escuelas locales están investidas de ciertos derechos. Es deber del ministro de Instrucción Pública inspeccionar y regular el funcionamiento de las escuelas, hacer estadísticas y arbitrar los fondos necesarios para el mantenimiento de las escuelas. Cada uno de los 18 condados tiene su propio Consejo Escolar y cada uno de los 60 distritos tiene su Dirección de Escuelas, que nombra los maestros, interviene en la selección de textos y en la redacción de los programas de estudio. Cada Comuna y Ciudad tiene su Comisión Escolar que tiene bajo su vigilancia las escuelas locales. Estas escuelas elementales reciben el nombre de Folkeskole.

La asistencia a las escuelas es obligatoria; comienza a la edad de siete años y termina a los catorce. La mayor parte de estas escuelas son libres y los textos se obtienen generalmente gratis. En la mayoría de los distritos

rurales las escuelas son mixtas, lo que no sucede en las grandes ciudades. La menor duración del año escolar es de 240 días, dividido en seis períodos cada uno.

La escuela primaria está dividida en tres partes. La 1.ª división es de tres años, la 2.ª de dos y la 3.ª también de dos años. La escuela Municipal de Copenhague es considerada como la mejor del país, y sus métodos y cursos de estudios son copiados o seguidos libremente en otras muchas partes.

La instrucción mixta ha sido aplicada con éxito en algunas de las escuelas elementales de Copenhague. La duración del curso escolar, en esta ciudad, es de siete años; en algunas otras partes del país alcanza a ocho.

Las escuelas secundarias e intermedias están en un período de desarrollo, y es difícil establecer diferencias claras entre las varias clases de escuelas. En algunas de las escuelas elementales municipales hay clases superiores que sobrepujan a algunas de las escuelas intermedias. En Copenhague hay ciertas escuelas donde el alumno que ha concluído los primeros siete años escolares puede adquirir en ellas un conocimiento más amplio en determinadas materias. En ellas se dicta un corto curso de matemáticas y de sus aplicaciones prácticas. Estas escuelas se están multiplicando rápidamente.

Las cuatro primeras clases de la escuela secundaria es lo que forma o constituye la intermedia. El alumno ingresa a esta escuela a la edad de 11 o 12 años y concluye el curso a la edad de 15 o 16. Estas escuelas son llamadas Mellenskole. Fueron establecidas en el año 1903, con el fin de atenuar la transición brusca de las escuelas primarias a las secundarias.

En las afueras de Copenhague la mayoría de las escuelas de esta clase son mixtas. Después de haber completado los cuatro años de la escuela intermedia el alumno puede ingresar en la clase real, la que cursa durante un año, o puede seguir los tres años del Gimnasio, que lo habilitan para ingresar en la Universidad.

La enseñanza del Gimnasio comprende tres divisiones: *a)* el curso clásico, *b)* curso de idiomas modernos, y *c)* el curso científico-matemático.

En todas las escuelas secundarias el tiempo de clase es de 50 minutos.

Las vacaciones de verano principian en los primeros días de Julio.

Hay un cierto número de escuelas particulares en Dinamarca, llamadas Folkeheiskole. Son una continuación de las escuelas intermedias y tienen como fin ofrecer una mayor cultura intelectual. La enseñanza de las matemáticas en estas escuelas está generalmente limitada a la facilidad del cálculo relacionado con las ciencias naturales.

Finlandia

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Liceo
7 - 8	Primero	1	—
8 - 9	Segundo	2	—
9 - 10	Tercero	3	—
10 - 11	Cuarto	4	—
11 - 12	Quinto	5	1
12 - 13	Sexto	6	2
13 - 14	Séptimo	7	3
14 - 15	Octavo	—	4
15 - 16	Noveno	—	5
16 - 17	Décimo	—	6
17 - 18	Undécimo	—	7
18 - 19	Duodécimo	—	(8)

Las escuelas elementales primarias de Finlandia son mixtas; no así las escuelas elementales superiores. Todas las escuelas primarias están sobrecargadas con un pequeño impuesto de entrada. La instrucción no es obligatoria fuera de la escuela elemental.

Las escuelas primarias en las ciudades están divididas

generalmente en tres períodos: *a)* dos años de escuela elemental primaria; *b)* 4 años de escuela primaria común; *c)* la escuela complementaria de un año. El alumno debe tener 9 años de edad por lo menos para poder ingresar a la 2.ª

La edad para ingresar en la escuela complementaria varía entre 14 y 17 años. Como la población de Finlandia es casi toda ella rural y excepcionalmente homogénea, los cursos de todas las escuelas primarias son prácticamente los mismos.

Hay cuatro tipos de escuelas secundarias: *a)* el Liceo clásico, *b)* el Liceo real, *c)* las escuelas preparatorias y *d)* las escuelas complementarias (para niñas solamente). Hay 26 Liceos del Estado para varones y 16 para niñas. Los alumnos que ingresan en los Liceos lo hacen generalmente a la edad de 9 a 12 años. En el Liceo real se dedica una hora más por semana que en el Liceo clásico al estudio de las matemáticas y se recalca principalmente el estudio de la física.

Francia

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Primaria superior	Liceo
6 - 7.	Primero	1	—	—
7 - 8.	Segundo	2	—	—
8 - 9.	Tercero	3	—	—
9 - 10.	Cuarto	4	1	1
10 - 11.	Quinto	—	2	2
11 - 12.	Sexto	—	(3)	3
12 - 13.	Séptimo	—	—	4
13 - 14.	Octavo	—	—	5
14 - 15.	Noveno	—	—	6
15 - 16.	Décimo	—	—	7
16 - 17.	Undécimo	—	—	(8)
17 - 18.	Duodécimo	—	—	—

La instrucción primaria en Francia es libre, laica y obligatoria. La ley exige que cada comuna tenga por lo menos una escuela primaria para varones, y cada centro de población que tenga más de 5000 habitantes debe tener además una escuela primaria para niñas.

La instrucción es obligatoria desde los 6 a los 13 años. La instrucción primaria concluye generalmente a los 10 u 11 años de edad.

Hay un curso elemental de dos años; la edad de los alumnos en estos cursos es generalmente de 9 a 11 años. Finalmente, hay una escuela primaria superior de dos o tres años. La mayoría de los alumnos sólo cursan los dos primeros años de estas escuelas y luego ingresan a las de secundaria. Estos cursos primarios superiores no se dictan en todas las escuelas. La instrucción primaria superior es de dos clases: *a)* el curso primario superior y *b)* el curso complementario. El primero difiere del segundo en que está completamente separado de la escuela elemental y se halla bajo la dirección de un Director distinto.

El curso complementario está relacionado con la escuela elemental y se halla bajo la dirección del mismo director. La escuela elemental superior tiene generalmente un curso de dos años, algunas veces de tres. El curso complementario es de un año. Los alumnos que completan el curso en la escuela primaria superior están preparados para la agricultura, la industria y el comercio.

El objeto principal de estas escuelas no es preparar al alumno especialmente para una carrera determinada, sino dotarlo de conocimientos generales prácticos que le sean útiles en las distintas direcciones que él puede tomar.

Aquellos que desean prepararse para ingresar a escuelas más adelantadas, son puestos en una sección especial. Para ser admitido en cualquiera de las divisiones arriba mencionadas, el alumno debe presentar el certificado de la escuela elemental y haber pasado finalmente un año de trabajo adicional.

El horario de escuela es de 8 1/2 a 11 1/2 a. m. y de 1 a 4 p. m. Hay clases todos los días excepto los Domingos y Jueves.

El último día es dejado aparte para la instrucción religiosa fuera de las escuelas. Las vacaciones comienzan a mediados de Agosto y duran hasta el 1.º de Diciembre La instrucción mixta es la excepción en el sistema escolar francés.

El Ministro de Instrucción designa un Inspector de escuelas primarias por cada distrito. Superiores a estos Inspectores en autoridad, son los Inspectores de Academia Estas personas son los que en realidad dirigen los Departamentos de escuelas. Hay diez Inspectores generales de instrucción primaria en estas escuelas, que siguen al ministro en autoridad. La instrucción secundaria no es obligatoria pero tampoco es libre. El Estado establece un pequeño impuesto, ofreciendo en cambio numerosas becas La presente organización de las escuelas secundarias data desde 1902.

Los cursos fueron algo modificados en 1905 y 1909.

El curso es de siete años, el alumno ingresa generalmente a la edad de 10 y 11 años y se gradúa a la de 17 u 18. Las escuelas secundarias están divididas en dos ciclos; el primero de cuatro años y el segundo de tres. Los alumnos que ingresan en la sección A están obligados a estudiar latín y pueden estudiar, si gustan, el griego. En la sección B se dedica atención especial al estudio del francés y de las ciencias; no se estudia ni griego ni latín.

El alumno puede escoger además, a su voluntad, otras materias en el 2.º y 3.º año del segundo ciclo.

En una sección se continúa griego y latín; en una segunda sección se estudia latín y alemán o inglés. En una tercera sección predomina el estudio de las ciencias o idiomas modernos pero aún se continúa un poco el estudio del latín. En la 4.ª no se estudia latín y se recalca el estudio de las ciencias o idiomas modernos.

Al final del segundo ciclo el alumno se presenta para graduarse.

Este grado lo habilita para ingresar en las escuelas superiores.

Las escuelas secundarias de Francia reciben el nombre de Liceos. En algunas comunas se sostienen instituciones denominadas Colegios. Generalmente son de un grado inferior a los liceos y su administración corre a cargo de la comuna. Todas las escuelas secundarias particulares están bajo la inspección del Estado. El curso en los liceos para niñas es generalmente de 5 a 6 años de duración.

Alemania

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Volks-Schule	Bürger Schule	Gimnasio	Gimnasio real	Escuela real superior
6 - 7. . .	Primero	1	—	—	—	—
7 - 8. . .	Segundo	2	—	—	—	—
8 - 9. . .	Tercero	3	—	—	—	—
9 - 10. . .	Cuarto	4	1	1	1	1
10 - 11. . .	Quinto	5	2	2	2	2
11 - 12. . .	Sexto	6	3	3	3	3
12 - 13. . .	Séptimo	7	4	4	4	4
13 - 14. . .	Octavo	8	5	5	5	5
14 - 15. . .	Noveno	—	6	6	6	6
15 - 16. . .	Décimo	—	7	7	7	7
16 - 17. . .	Undécimo	—	8	8	8	8
17 - 18. . .	Duodécimo	—	9	9	9	9

CLASES DE LA ESCUELA SECUNDARIA DE NUEVE AÑOS

CURSOS	Clases	Edad usual de los alumnos
Curso inferior	Sexta — VI	9 años
	Quinta — V	10 »
	Cuarta — IV	11 »
Curso intermediario	Untertertia — UIII	12 »
	Obertertia — OIII	13 »
	Untersekunda — UII	14 »
Curso superior	Obersekunda — OII	15 »
	Unterprima — UI	16 »
	Oberprima — OI	17 »

El siguiente estado indica las horas semanales dedicadas a la enseñanza de las matemáticas en cada tipo de escuela secundaria.

CLASES Y HORAS SEMANALES

	VI	V	IV	U III	O III	U II	O II	U I	O I	TOTAL
Gimnasio	4	4	4	3	3	4	4	4	4	34
Escuela real	4	4	4	4	5	5	5	4	4	41
Escuela real sup.	5	5	6	6	5	5	5	5	5	47

En Alemania la centralización de las autoridades de instrucción no está llevada a tan alto grado como en Francia. Cada uno de los Estados alemanes es independiente en todos sus asuntos locales, y el sistema de educación más bien se caracteriza por su flexibilidad que por su rigidez. En los Estados Unidos, un alumno que ingresa en la escuela primaria, puede continuar todo su curso hasta llegar a la Universidad. El hilo de la instrucción no se halla interrumpido. En Alemania hay dos sistemas distintos; la escuela inferior o elemental y el sistema de las escuelas secundarias. Después que un

alumno ha cursado sus cuatro años de escuela, le es imposible traspasarse a otra. La instrucción elemental está, generalmente, basada en la ley del Estado. La instrucción secundaria está, generalmente, regulada por disposiciones de carácter local.

En los Estados Unidos, la organización interna de las escuelas depende de las comunas locales. En Alemania, depende de los varios Estados.

El funcionario al cual se le delega la más alta autoridad en asunto de educación, siempre desempeña, además, algún otro cargo del Estado. En Prusia, la más alta autoridad en materia de instrucción, es el Ministro de Obras Públicas e Instrucción; en Baviera lo es, también, el Ministro del Interior, Obras Públicas e Instrucción: en Wurtemberg, lo es, el Ministro de Cultos e Instrucción.

Las varias subdivisiones de las escuelas, están bajo la dirección de subordinados del Ministro, de Directores y de Consejos Escolares. Todas estas autoridades son funcionarios del Estado. La Comuna vela por la administración externa de la escuela, tales como la construcción, material de enseñanza e higiene de los edificios. En algunos de los sistemas de las grandes ciudades, se designa a un Superintendente escolar como consejero profesional. El nombramiento de todo maestro debe ser confirmado por el Estado.

La instrucción es obligatoria desde los seis a los catorce años, (seis a trece en Wurtemberg), y no existe, prácticamente, en Alemania, analfabetos. Las escuelas elementales son llamadas Volkschulen y son todas libres. La mayoría de los profesores son hombres, pero el porcentaje de las mujeres crece rápidamente. La mayoría de las Volkschulen tienen un curso de 8 años. El día de clase está dividido en cuatro o cinco períodos: comienza a las 7 u 8 en verano y a las 8 o 9 en invierno. El número de clases depende de la capacidad del edificio· Todas las Volkschulen deben conformarse a cierto mínimum requerido o prescripto por el Estado. La mayoría

de los Estados alemanes hacen en las escuelas elementales una división especial en la instrucción de los alumnos de mentalidad deficiente, y, también, en los de dotes excepcionales. Las escuelas no sólo están divididas por edad, sino también, por capacidad de los alumnos. Los alumnos sobresalientes tienen un curso más intenso que incluye, generalmente, un idioma extranjero. Los alumnos normales requieren ocho años para completar los cursos en las Volkschulen. Muchos alumnos preparados después de dos años de asistencia, son puestos en clases especiales que los preparan en uno o uno y medio año, en lugar de dos años. Para los alumnos de mentalidad deficiente se dictan cursos de 7 a 10 años. Las escuelas intermedias de Alemania son llamadas Mitellschulen, escuelas elementales superiores, o Burgherschule. Son intermediarias entre las clases elementales inferiores y las escuelas secundarias, consideradas desde el punto de vista de los cursos que ofrecen. La asistencia a estas escuelas no es un requisito indispensable para ingresar a las escuelas secundarias. Estas escuelas intermedias son especialmente comunes en los Estados del sur de Alemania. Algunas de éstas son para varones, algunas para niñas y otras son mixtas. Los cursos tienen una duración, generalmente, de 9 años, y los grados inferiores sobrepujan a los de las escuelas primarias. Los cursos en estas escuelas son adaptados, dentro de lo posible, a las necesidades locales e individuales. Estas escuelas obedecen, especialmente, a fines prácticos. Generalmente no se estudia más de un idioma extranjero, pero los alumnos sobresalientes pueden estudiar otra lengua extranjera después del séptimo año.

ESCUELAS SECUNDARIAS

Las escuelas públicas de enseñanza secundaria son casi todas denominacionales o interdenominacionales. (Ver la nota del traductor, al final). Las escuelas elementales son,

generalmente, denominacionales, excepto en Baden y en Hesse y en las Volkschulen de algunas ciudades.

Generalmente se mantienen escuelas separadas para niños y niñas, salvo en Wurtemberg, en Baden y Hesse, donde las escuelas mixtas son muy comunes. En todos los Estados las clases mixtas se encuentran en las pequeñas escuelas de las comunas rurales. La mayoría de las escuelas secundarias para varones, son públicas, y un gran número de las mismas para niñas, son privadas.

El sostenimiento de las escuelas elementales, generalmente está a cargo de la comuna. Las ciudades y los pueblos sostienen sus propias escuelas secundarias. Hay una tendencia a atender más liberalmente la instrucción secundaria para niñas. Pocas escuelas secundarias tienen escuela preparatoria (Volkschulen), pero el ingreso se hace, generalmente, del tercero o cuarto año de las escuelas elementales. La mayoría de las escuelas secundarias tienen un curso de nueve años, habiendo, sin embargo, algunas de seis años.

La promoción es por clase y no por materias. El alumno que es reprobado en dos materias no puede ser promovido. El máximo límite de asistentes no puede pasar de 50 en el grado inferior, 40 en el intermedio y 30 en el superior.

El día escolar comienza a la misma hora que en las escuelas elementales y consiste en cinco o seis períodos de 40 o 50 minutos cada uno.

Hay tres clases de escuelas secundarias, con un curso cuya duración es de 9 años: *a)* Gimnasio, *b)* Gimnasio real, *c)* Escuela real superior. El Gimnasio es la escuela secundaria clásica y en él se enseña el latín y el griego.

En el Gimnasio real no se enseña griego. Se encarece, en cambio, el estudio del latín, matemáticas e idiomas modernos.

En la Escuela real superior no se enseña ni griego ni latín, prestándose especial atención a las ciencias y len-

guas modernas. En cualquiera de los tres tipos de escuelas alemanas, se enseña historia, religión y matemáticas.

La idea fundamental que guió la organización de la Escuela real, fué la de preparar para las profesiones comerciales, así como la del Gimnasio preparar para las profesiones liberales. Los cursos en la mayoría de las Escuelas reales han sido ampliados para satisfacer una necesidad de mayor cultura.

Después de los tres primeros años en una escuela secundaria es imposible para el alumno pasar a otro tipo de escuela. Esto significa que los padres deben decidir, cuando el niño tiene 9 o 10 años de edad, cuál es el tipo de escuela en que desean que él ingrese. Con el objeto que esta decisión, que es irrevocable, pueda ser postergada hasta que el niño tenga algunos años más, es que se han establecido instituciones llamadas Gimnasios reformados y Gimnasios reales. En estas escuelas se sigue, durante los tres primeros años, los principios comunes a los tres tipos de escuelas secundarias. Al fin de este período, una sección comienza el estudio del inglés dando mayor importancia, más tarde, al estudio de las ciencias naturales (Escuela real y Escuela real superior). Otra sección encara el estudio del latín, y dos años más tarde esta sección es subdividida en dos, una (Gimnasio) emprende el estudio del griego, y la otra (Gimnasio real) estudia el inglés. A este plan general se le llama, algunas veces, el sistema de Frankfort. La mayoría de los Estados sostienen actualmente escuelas superiores separadas para niñas. Los cursos de estas escuelas son parecidos a los de la Escuela real, excepto la menor importancia que se presta a las ciencias y matemáticas. En las Escuelas para varones todos los profesores son hombres. En las Escuelas para niñas algunos profesores son hombres. Para una descripción más detallada de las clases, de los varios tipos de escuelas, el lector puede consultar «Matemáticas en las escuelas de Prusia», por J. W. A. Young, editado por Lexgmans, Green & Co., New York. Puede

verse también «La enseñanza actual de las matemáticas en Alemania» (Bureau of publications, Teachers College, New York city) para los detalles de los cursos de matemáticas en las escuelas secundarias de los Estados alemanes más importantes.

Holanda

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Bürger-schule	Escuela media	Gimnasio
6- 7	Primero	1	—	—	—
7- 8	Segundo	2	—	—	—
8- 9	Tercero	3	—	—	—
9-10	Cuarto	4	—	—	—
10-11	Quinto	5	—	—	—
11-12	Sexto	6	—	—	—
12-13	Séptimo	—	1	1	1
13-14	Octavo	—	2	2	2
14-15	Noveno	—	—	3	3
15-16	Décimo	—	—	4	4
16-17	Undécimo	—	—	5	5
17-18	Duodécimo	—	—	—	6

Hay varias ciudades importantes en Holanda y son ellas las que en un grado considerable determinan el carácter general de la instrucción primaria y secundaria. Aunque existe una completa libertad religiosa en todo el reino, las diversas sectas religiosas ejercen una considerable influencia en los asuntos de instrucción.

El Ministro del Interior está encargado de la administración de todas las escuelas del Estado. Hay tres inspectores generales y 25 de distrito, teniendo éstos a su vez, varios subalternos. Estos funcionarios son nombrados por el Rey y pagados por el Estado.

Las autoridades civiles locales, el Burgomaestre de la Comuna y el Consejo, están encargados de la administración local de las escuelas.

Todas las solicitudes y necesidades son expuestas ante el Consejo de la Comuna por la dirección escolar.

La escuela primaria comprende los seis primeros años de enseñanza Los alumnos ingresan generalmente a la edad de seis años. Los varones y niñas asisten y son instruídos juntos en la misma escuela. La instrucción primaria se da en las escuelas diurnas, nocturnas y en las complementarias.

La asistencia a la escuela diurna es obligatoria para todos los niños de 7 a 13 años de edad. Hay alrededor de cinco a seis mil escuelas diurnas en Holanda, y no menos de dos mil escuelas elementales particulares que han sido subvencionadas por el Estado. Las escuelas primarias están abiertas todo el año con excepción de los días feriados. El paso de un grado a otro se hace por medio de exámenes. Al alumno que completa, de una manera satisfactoria los estudios de la escuela primaria, se le da un certificado.

Las escuelas secundarias son públicas o privadas. Hay cuatro divisiones generales:

1.ª Burgher schule o escuelas de ciudadanos.

2.ª Higher Burgher schule o escuelas superiores de ciudadanos.

3.ª Escuelas técnicas.

4.ª Escuelas de agricultura.

Estas escuelas son llamadas a veces escuelas intermedias para distinguirlas del Gimnasio. La superitendencia inmediata de todas las escuelas públicas secundarias corresponde a comisiones locales designadas por el Ministro del Interior, que es la autoridad suprema en lo que se relaciona con la instrucción secundaria.

Los alumnos pueden ingresar en estas escuelas sometiéndose a un examen o presentando un certificado de la escuela primaria.

La BURGHER SCHULE es especialmente para los hijos

de comerciantes, mecánicos y agricultores. La ley exige que cada centro de población mayor de diez mil habitantes sostenga una escuela de esta clase. La HIGHER BURGHER SCHULE prepara a aquellos que aspiran a ser ingenieros, arquitectos y técnicos; también concurren a esas escuelas los que aspiran a entrar en los servicios del Estado. El diploma habilita al alumno a ingresar en las escuelas especiales superiores sin someterse a un examen.

La HIGHER BURGHER SCHULE se compone de dos cursos, uno de cinco años y otro de tres; la tendencia es la de extender este curso a seis años. Estas escuelas ofrecen especialmente una instrucción completa en ciencias e idiomas modernos. El ingreso se hace por medio de un examen: el aspirante al ingreso debe tener doce años de edad, por lo menos. El alumno que ha completado con éxito todos los estudios recibe un certificado, que es de mucho valor si aspira a un empleo del Gobierno o comercial.

Hay en Holanda unas cien HIGHER BURGHER SCHULES. A estas escuelas pueden ingresar varones y niñas. El profesorado está formado por hombres solamente. Las HIGHER BURGHER SCHULES ofrecen a los alumnos la mejor oportunidad para obtener una excelente instrucción general secundaria.

Los graduados de estas escuelas no pueden ingresar en la Universidad sin haber estudiado antes, un año de latín y griego. En Bélgica las ciencias y los idiomas modernos son considerados tan dignos e importantes como los idiomas antiguos, pero la tendencia clásica prevalece en Holanda.

Hay numerosos tipos de escuelas industriales y técnicas. En los cursos de estas escuelas, de uno a cinco años de duración, las BURGHERS SCHULES se preocupan de dar una instrucción comercial. Hay varias escuelas industriales y de artes domésticas para niñas. Las mujeres tienen una parte preponderante en la dirección de estas escue-

las. En todas las escuelas técnicas se dedica una atención preferente a la enseñanza del dibujo; se presta también mucha atención a la enseñanza de la agricultura. Un inspector especial tiene bajo su cargo las escuelas de agricultura. La mayoría de las escuelas de este tipo dictan cursos completos de agricultura colonial. Un inspector especial del Estado, tiene superintendencia sobre estas escuelas.

Juntamente con las escuelas arriba mencionadas, cada población de veinte mil habitantes debe tener un Gimnasio. Estos preparan especialmente para las Universidades. La edad de ingreso es de doce a trece años y el aspirante debe sufrir un examen de idioma nacional materno, francés, lectura, escritura, historia y aritmética. El curso es de seis años. Hay en Holanda unos setenta Gimnasios entre públicos y privados. La inspección y examen de las escuelas es muy severa y se hace efectiva en todo el país.

Hungría

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Volks-Schule	Bürger-Schule	Gimnasio	Escuela real
6- 7	Primero	1	—	—	—
7- 8	Segundo	2	—	—	—
8- 9	Tercero	3	—	—	—
9-10	Cuarto	4	—	—	—
10-11	Quinto	5	1	1	1
11-12	Sexto	6	2	2	2
12-13	Séptimo	—	3	3	3
13-14	Octavo	—	4	4	4
14-15	Noveno	—	(5)	5	5
15-16	Décimo	—	(6)	6	6
16-17	Undécimo	—	(7)	7	7
17-18	Duodécimo	—	(8)	8	8

El número de horas dedicado por semana al estudio de las matemáticas y del dibujo geométrico en el Gimnasio y Gimnasio real se indica en el cuadro siguiente:

HORAS SEMANALES CONSAGRADAS A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y DEL DIBUJO GEOMÉTRICO

CLASES	GIMNASIO		TOTAL	ESCUELA REAL		TOTAL
	Matemáticas	Dibujo geométrico		Matemáticas	Dibujo geométrico	
Primera .	4	3	7	4	4	8
Segunda	4	3	7	4	4	8
Tercera .	3	2	5	3	2	5
Cuarta .	3	2	5	4	2	6
Quinta .	3	—	3	5	—	5
Sexta . .	4	—	4	4	—	4
Séptima .	3	—	3	4	—	4
Octava .	2	—	2	3	—	3
TOTAL .	**26**	**10**	**36**	**31**	**12**	**43**

En Hungría, como en Austria, el Ministro de Instrucción es la autoridad más alta de la enseñanza, siendo secundado por funcionarios de diversas categorías, entre ellos numerosos inspectores escolares. En las escuelas elementales están comprendidas las nacionales, particulares y de ciudades, habiendo, a pesar de ésto, unidad en los cursos, debido a que los alumnos deben sufrir, todos un mismo examen.

Los varones y las niñas son instruídos, generalmente, en institutos separados, pero la instrucción mixta no es sin embargo rara en los distritos de poca población.

El curso de la escuela elemental dura seis años. La ley dispone un año escolar mínimo de ocho meses en la campaña y de nueve en las ciudades. La instrucción es obligatoria desde los seis a los doce años. La BURGHER SCHULE es bastante parecida a su correspondiente de Austria. El curso es generalmente de cuatro años, pero en algunas escuelas es de seis u ocho años. Algunas de ellas son sostenidas por el Estado, otras por corporaciones religiosas, otras por las comunas. Los varones y las

mujeres pueden ingresar en estas escuelas después de haber cursado la cuarta clase de la escuela elemental. La edad de ingreso es, generalmente, a los diez años. El profesorado está compuesto de maestros de uno y otro sexo. En la BURGHER SCHULE para varones, se enseña durante los cuatro primeros años las mismas materias que se enseñan en los cuatro primeros años del Gimnasio y Escuela real, con excepción del francés y del latín. El fin práctico de la BURGHER SCHULE está indicado precisamente por la adición de ciertas materias que no figuran en los programas del Gimnasio y Escuela real. Aquellas no se dedican a preparar al alumno para una instrucción superior, pero tratan principalmente de dar una enseñanza práctica encauzada en el estudio de las carreras liberales. La asistencia a estas escuelas no excluye el servicio militar. Los alumnos pueden pasar desde ciertas clases de la BURGHER SCHULE al Gimnasio y a la Escuela real, previos los exámenes correspondientes y vice-versa.

El cambio que gradualmente va experimentando la BURGHER SCHULE está demostrado por el hecho de que el latín se enseña ahora en algunas de las escuelas para varones y algunas de éstas no difieren mayormente del Gimnasio y de la Realschule.

Las escuelas secundarias de Hungría son de dos clases: *a)* el Gimnasio y *b)* la Escuela real. Ambos tipos de escuelas completan la enseñanza en ocho años. El alumno puede ingresar, previo examen, después de haber cursado las cuatro primeras clases de la escuela elemental. En el Gimnasio se estudia el latín en las ocho clases y el griego en las cuatro últimas. El estudio del latín es obligatorio. En muchos Gimnasios le está permitido al alumno elegir alguna otra materia en lugar del griego. El alemán se enseña a partir de la segunda clase. El latín no es una materia exigida en la Escuela real, pero algunas veces se cursa en las cuatro últimas clases. En estas escuelas se enseña en todas las clases el alemán,

y el francés, en las seis últimas. Las matemáticas son tratadas más extensa y profundamente en la Escuela real que en el Gimnasio.

Se han establecido últimamente escuelas secundarias de un distinto tipo para niñas. Estas escuelas ofrecen un curso de seis años y a ellas puede ingresarse, previo examen, después de haber completado el sexto año de la escuela primaria. Actualmente hay dos clases de escuelas superiores para niñas. En una de ellas se presta una especial atención a los idiomas modernos y ciencias domésticas. En el otro el curso es aproximadamente semejante al del Gimnasio para varones. En estas escuelas superiores de niñas el profesorado está compuesto por hombres y mujeres.

Italia

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela elemental	ESCUELA SECUNDARIA		
			Escuela clásica		Escuela moderna
			Gimnasio	Liceo	
6-7.	Primero	1	—	—	—
7-8.	Segundo	2	—	—	—
8-9.	Tercero	3	—	—	—
9-10.	Cuarto	4	—	—	—
10-11.	Quinto	5	1	—	1
11-12.	Sexto	6	2	—	2
12-13.	Séptimo	—	3	—	3
13-14.	Octavo	—	4	—	4
14-15.	Noveno	—	5	—	5
15-16.	Décimo	—	—	1	6
16-17.	Undécimo	—	—	2	7
17-18.	Duodécimo	—	—	3	—

El Ministro de Instrucción Pública es el Director del sistema de educación nacional y forma parte de él como miembro del gabinete. Hay un Consejo Superior de 36

miembros, doce de los cuales son nombrados por el Ministro, doce por los profesores de todas las Universidades y el resto por el Senado y la Cámara. De estos treinta y seis miembros, 15 son designados por el Ministro para constituir una Comisión especial encargada de todos los asuntos relacionados con la instrucción superior. Otro grupo de miembros está encargado de lo pertinente a la enseñanza secundaria, y un tercero se ocupa de lo referente a la instrucción primaria. Hay, además, varias comisiones permanentes que actúan como consejeras en determinados asuntos.

Existe un funcionario (proeveditore) en cada provincia, encargado de los asuntos relacionados con la instrucción pública dentro de la provincia. Cada provincia cuenta, además, con un Consejo de Instrucción para la enseñanza primaria y otro para la enseñanza secundaria. Las escuelas elementales generalmente constan de seis grados. Los tres primeros grados forman el curso inferior y los tres siguientes, el superior. El alumno puede ingresar a la escuela a la edad de seis años y la instrucción es obligatoria desde los seis a los doce años. Una vez completado el cuarto año de la escuela elemental, el alumno que desee pasar a una escuela secundaria debe someterse a un examen, y pasado éste con éxito puede ingresar. No le será permitido al alumno permanecer en la escuela elemental después de los quince años de edad, ni tampoco en el curso inferior después de los doce.

La separación de los alumnos, por sexos, se hace siempre que el número de asistentes, requiera la duplicación de clases, y cursos. Las mujeres predominan entre el profesorado de las escuelas mixtas y elementales para niños. En las escuelas de varones los profesores generalmente son del sexo masculino. El Estado fija una subvención para los gastos de las escuelas elementales y el resto es cubierto por la comuna. Las escuelas secundarias generalmente son establecidas y equipadas por las

autoridades locales y los otros gastos son cubiertos por el Estado. Hay, además de las normales, dos tipos de escuelas secundarias:

1.º Las escuelas clásicas y las modernas, con latín:

a) Gimnasio, curso 5 años.
b) Liceo, curso 3 años.

2.º Escuelas modernas, sin latín. Escuelas técnicas:

a) Escuela técnica y escuela complementaria, curso 3 años.
b) Instituto técnico, curso 4 años; Instituto náutico, curso 3 años.

Las escuelas secundarias están divididas en 1.º y 2.º grado. Las escuelas de 1.er grado son el Gimnasio, la Escuela técnica y las escuelas complementarias. Las escuelas de 2.º grado son el Liceo, el Instituto técnico, Instituto náutico y Escuela normal. No se admite a ningún alumno a las escuelas secundarias sin previo examen. (Maturitá).

El curso clásico completo es de ocho años, y el moderno es de siete.

Las niñas son admitidas en las escuelas secundarias bajo las mismas condiciones que los varones. Escuelas secundarias exclusivas para niñas hay muy pocas. Las escuelas secundarias están sujetas a una severa inspección que es ejercida por funcionarios del Ministerio de Instrucción.

Japón

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Primaria ordinaria	Primaria superior	Escuela media
6- 7.	Primero	1	—	—
7- 8.	Segundo	2	—	—
8- 9.	Tercero	3	—	—
9-10.	Cuarto	4	—	—
10-11.	Quinto	5	—	—
11-12.	Sexto	6	—	—
12-13.	Séptimo	—	1	1
13-14.	Octavo	—	2	2
14-15.	Noveno	—	3	3
15-16.	Décimo	—	—	4
16-17.	Undécimo	—	—	5
17-18.	Duodécimo	—	—	(6)

HORAS SEMANALES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

	1.er año	2.º año	3.er año	4.º año	5.º año	6.º año
Primaria ordinaria	5	6	6	6	4	4
Primaria superior	4	4	4	—	—	—
Escuela media	4	4	4	4	2	—

El Estado tiene un completo control sobre la instrucción, y ésta es obligatoria desde los seis a los catorce años. El ministro de instrucción es un miembro del gabinete imperial. El año escolar comienza el primero de Abril y termina el primero de Marzo del año siguiente. El año actual de escuela descontando todas las vacaciones, queda reducido a unas cuarenta semanas.

La escuela elemental consta de dos subdivisiones. La primera comprende los seis primeros grados y es llamada la elemental ordinaria. La segunda, llamada la elemental superior, comprende los dos o tres años siguientes. La instrucción es obligatoria en la elemental ordinaria, pero no en la elemental superior. En algunas

localidades se ofrece ahora una instrucción complementaria a aquellos que no pueden conseguirla fuera de la elemental obligatoria. Durante el período de la escuela elemental, los varones y las niñas son instruídos juntos en la misma escuela y clase, pero no así en la escuela intermedia y secundaria. Frecuentemente, cuando el número de niñas en algunos de los años de la elemental ordinaria o de la elemental superior es bastante numeroso, para permitir formar una clase, la separación de los sexos se lleva a cabo.

Después de haber complementado el curso en la escuela elemental ordinaria, el alumno que desee ingresar en la escuela secundaria, pasa directamente a la escuela intermedia en lugar de la elemental superior. Los aspirantes a las escuelas intermedias deben ser varones graduados de las escuelas elementales ordinarias, no menores de 12 años de edad, o deben poseer un conocimiento igual o superior a los que se gradúan en las escuelas elementales ordinarias. Se da más preferencia a los graduados de las escuelas elementales ordinarias que a los otros. Los cursos de las escuelas intermedias duran generalmente cinco años: algunas veces se le agrega un año de complemento.

Los graduados en estas escuelas están en condiciones para ingresar en las escuelas secundarias especiales, y también en las escuelas especiales industriales. Pueden asimismo ingresar en las navales, militares, de navegación o también en las escuelas normales superiores. Las escuelas intermedias fueron establecidas con el objeto de proporcionar a los varones una instrucción general superior, pero muchas de ellas han llegado a transformarse en verdaderas escuelas preparatorias. Las autoridades van a clausurar las escuelas secundarias que preparan para la universidad imperial, y establecer en cambio nuevas escuelas intermedias superiores, con el fin de inculcar a aquellos que han terminado el curso de la escuela intermedia, una instrucción general secundaria

más completa que la anterior. Una vez graduado en la escuela intermedia, el alumno que desee pasar a la Universidad, debe ingresar antes en la escuela secundaria y pasar allí un curso de tres años que lo prepara para la Universidad. El alumno al ingresar en la Universidad en la forma que hemos mencionado, tiene 20 o 21 años de edad. La admisión a las escuelas intermedias superiores se hace a base de exámenes de competencia. Durante el primer año se dedica cinco horas por semana al estudio de las matemáticas; durante el segundo y tercero cuatro horas por semana. El curso de matemáticas en estas escuelas, incluye trigonometría, álgebra, geometría analítica y cálculo. La niña que ha concluído la escuela elemental ordinaria puede ingresar en la escuela secundaria de niñas, o a la elemental superior. El curso de la escuela secundaria de niñas, dura cuatro o cinco años. Algunas veces es complementado con dos años más. Este curso complementario es la única enseñanza que se dicta para la instrucción superior de la mujer, exceptuando la Escuela Normal y determinadas escuelas técnicas. No se permite a las mujeres ingresar en la Universidad imperial.

Rumania

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	ESCUELA SECUNDARIA	
			Gimnasio	Liceo
6-7	Primero	1	—	—
7-8	Segundo	2	—	—
8-9	Tercero	3	—	—
9-10	Cuarto	4	—	—
10-11	Quinto	(5)	1	—
11-12	Sexto	—	2	—
12-13	Séptimo	—	3	—
13-14	Octavo	—	4	—
14-15	Noveno	—	(5)	1
15-16	Décimo	—	—	2
16-17	Undécimo	—	—	3
17-18	Duodécimo	—	—	4

Las Escuelas de Rumania están divididas en tres grupos: *(a)* elemental *(b)* comercial, técnica y privada, *(c)* secundaria y superior. El ministro de instrucción pública tiene la superintendencia general de la instrucción y está oficialmente asesorado por un Consejo de instrucción general. Este Consejo está dividido en tres grupos. Cada grupo tiene superintendencia general sobre uno de los tipos mencionados de las escuelas. Existen además inspectores generales y de distrito de las escuelas primarias y secundarias. Las escuelas primarias y secundarias son libres y la instrucción es obligatoria entre la edad de siete y la de catorce años. En las ciudades el curso de las escuelas primarias es de cuatro años, y el año escolar es de diez meses. En las poblaciones rurales el curso es de seis años y el año escolar de nueve meses.

Las escuelas secundarias son de dos clases; el Gimnasio y el Liceo. En algunas ciudades encontramos ambos tipos en una misma escuela. Los alumnos pueden ser admitidos en el Gimnasio mediante un examen, o por la presentación del certificado correspondiente de la escuela primaria. La admisión en el Liceo se hace por medio del certificado del Gimnasio. Hay tres cursos paralelos, en los Liceos, parecidos en cierto modo a las escuelas francesas. El alumno puede elegir el curso científico-matemático, el curso científico latino, o el curso clásico. Unicamente un reducido número de las escuelas secundarias públicas, son para niñas. El alumno que no aspira a ingresar en la Universidad, cursa cinco años en el Gimnasio en lugar de pasar al Liceo.

Rusia

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Escuela real	Gimnasio
7- 8.	Primero	1	—	—
8- 9.	Segundo	2	—	—
9-10.	Tercero	3	—	—
10-11.	Cuarto	4	1	1
11-12.	Quinto	(5)	2	2
12-13.	Sexto	(6)	3	3
13-14.	Séptimo	—	4	4
14-15.	Octavo	—	5	5
15-16.	Noveno	—	6	6
16-17.	Décimo	—	7	7
17-18.	Undécimo	—	(8)	8

La instrucción primaria en Rusia se halla tanto bajo el Ministro de Instrucción Pública como bajo el Santo Sínodo. Las escuelas que se hallan bajo la dirección del Santo Sínodo, guardan con las otras escuelas, la misma relación que guardan en Inglaterra las escuelas religiosas con las públicas. El Sínodo regentea las escuelas por intermedio del clero y de los obispos. Las escuelas primarias tienen comunmente un curso de tres o cuatro años, pero en algunas ciudades este curso está extendido a cinco o seis años; cinco horas por semana se dedica a la aritmética. Las escuelas secundarias ofrecen dos tipos: el Gimnasio clásico y el Gimnasio moderno.

Los gimnasios para niñas son bastante numerosos y el curso de estudios indica los adelantos a que se ha llegado en esta materia.

La mayoría de los gimnasios de mujeres tienen un curso de siete años de duración. Hay algunos gimnasios cuyos cursos son de tres a cuatro años.

El estado siguiente muestra el número de horas dedicado por semana al estudio de las matemáticas en los distintos tipos de escuelas secundarias :

HORAS SEMANALES PARA EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

	1.er Año	2.º Año	3.er Año	4.º Año	5.º Año	6.º Año	7.º Año	8.º Año
Gimnasio clásico . .	4	4	4	4	5	4	3	4
Gimnasio moderno . .	4	4	4	4	4	4	3	3

Suecia

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Escuela real	Gimnasio
6- 7.	Primero	1	—	—
7- 8.	Segundo	2	—	—
8- 9.	Tercero	3	—	—
9-10.	Cuarto	4	1	—
10-11.	Quinto	5	2	—
11-12.	Sexto	6	3	—
12-13.	Séptimo	—	4	—
13-14.	Octavo	—	5	—
14-15.	Noveno	—	6	1
15-16.	Décimo	—	—	2
16-17.	Undécimo	—	—	3
17-18	Duodécimo	—	—	4

HORAS SEMANALES PARA LAS MATEMÁTICAS

GIMNASIO	CLASES			
	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta
Gimnasio real	7	6	6	6
Gimnasio clásico . . .	5	4	4	5

Los alumnos ingresan en la escuela a la edad de seis a siete años, y la asistencia es obligatoria hasta la edad de catorce. El año escolar dura 34 $^1/_2$ semanas. La igle-

sia y la escuela se hallan ambas bajo la superintendencia del mismo departamento de gobierno. La escuela primaria tiene un curso de seis años. La parroquial es generalmente la escuela del distrito y la instrucción está bajo la fiscalización de la inspección local y de los inspectores nombrados por el gobierno. La educación mixta es la común en las escuelas primarias de los distritos rurales. Cinco a siete horas por semana están dedicadas a las matemáticas en las escuelas elementales. Las escuelas secundarias se dividen en ESCUELAS REALES y GIMNASIO. El propósito de la Escuela real es dar una instrucción general práctica después de la escuela elemental. El curso de seis años, se concluye sin el requisito de examen. En las Escuelas reales se dedica cuatro o cinco horas por semana al estudio de las matemáticas. Una vez completados los cinco primeros años de la Escuela real, el alumno puede ingresar en el primer año del Gimnasio real o del Gimnasio clásico, en lugar de cursar el sexto año de la Escuela real. En el Gimnasio los alumnos son impulsados a estudiar las materias para las cuales tienen disposición especial, y tienen amplia libertad para elegir las materias. El horario de las escuelas secundarias comienza a las siete y cuarenta y cinco minutos de la mañana y no debe durar más de seis períodos de 45 minutos cada uno. Con excepción de pocas Escuelas reales públicas todas las escuelas secundarias son para varones solamente, y están recargadas de un pequeño impuesto. La mayoría de las escuelas secundarias para niñas son privadas, y en su casi totalidad, el profesorado es desempeñado principalmente por mujeres. El alumno que haya pasado satisfactoriamente el examen del último año del Gimnasio, puede ingresar en la Universidad.

Suiza

DISTRIBUCIÓN DE LOS AÑOS ESCOLARES

EDAD DEL ALUMNO	Año escolar	Escuela primaria	Escuela media inferior	ESCUELA MEDIA SUPERIOR	
				Gimnasio	Escuela real
6- 7	Primero	1	—	—	—
7- 8	Segundo	2	—	—	—
8- 9	Tercero	3	—	—	—
9-10	Cuarto	4	—	—	—
10-11	Quinto	5	1	—	—
11-12	Sexto	6	2	—	—
12-13	Séptimo	—	3	1	—
13-14	Octavo	—	4	2	—
14-15	Noveno	—	(5)	3	1
15-16	Décimo	—	—	4	2
16-17	Undécimo	—	—	5	3
17-18	Duodécimo	—	—	6	4
18-19	Décimo tercero	—	—	7	5

En los cantones difiere mucho el número de horas dedicada por semana a las matemáticas. Clases diarias, es la regla general en las escuelas primarias. El estado siguiente muestra el número de horas dedicadas por semana al estudio de las matemáticas, incluyendo teneduría de libros, en el Gimnasio literario, Gimnasio real y Escuela real de Zurich.

HORAS SEMANALES PARA LAS MATEMÁTICAS

	AÑOS						
	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	Sexto	Séptimo
Gimnasio literario	5	5 1/2	3	3	3 1/2	4	1 1/2
Gimnasio real. .	5	5 1/2	6	5 1/2	5 1/2	4 1/2	2 1/2
Escuela real . .	9 1/2	8	9	9	5 1/2	—	—

Aunque cada uno de los 25 cantones de Suiza es autónomo en lo que respecta a los asuntos pertinentes a la

instrucción, los varios sistemas escolares ofrecen caracteres distintivos semejantes. En la mayoría de los cantones el Poder Legislativo designa un Director general de instrucción, pero en algunos de los cantones, esta autoridad, la ejerce un Consejo de instrucción. La mayor parte de los cantones tienen un Inspector oficial para cada tipo de escuela.

El rasgo característico de la instrucción puede decirse que es su variabilidad, determinada por las grandes diferencias geográficas, económicas y religiosas que existen entre los diversos cantones. Existe un descontento considerable en Suiza respecto de la gran diversidad de sistemas educacionales, y se nota una tendencia hacia la centralización de las autoridades de instrucción.

El año escolar varía entre 38 y 40 semanas. Se cree que las escuelas primarias son admirables por la preparación que ellas dan. La edad de ingreso varía entre seis y siete años en los diferentes cantones, y los cursos tienen una duración de seis años. Todas las escuelas primarias son libres, y la educación mixta predomina, excepto en las grandes ciudades.

En muchos cantones el alumno que ha completado el cuarto año de las escuelas primarias puede ingresar a una escuela más adelantada llamada la escuela intermedia inferior. En estas escuelas se enseña uno o más idiomas extranjeros y álgebra. En algunos cantones el alumno puede ingresar en estos tipos de escuela después de haber completado el sexto año de la escuela primaria.

Los cursos de aquellas escuelas tienen de tres a cinco años de duración. Las escuelas intermedias corresponden a las Burgherschulen de Alemania y Austria y a las escuelas superiores primarias de Francia.

El alumno que ha completado el sexto año de la escuela primaria puede ingresar en la escuela media superior. Hay distintas denominaciones en los diversos cantones, para los varios tipos de escuelas secundarias, pero la mayor parte de éstas suelen ser llamados Gimnasios

o Escuelas reales. Las Escuelas reales de Suiza corresponden a las Escuelas reales superiores de Alemania. En la Suiza francesa hay más diferencias entre los cursos que en la Suiza alemana, y muchas de las escuelas secundarias recuerdan los liceos franceses.

Zurich es el más importante de los Cantones, y el sistema de educación puede ser tomado como el típico de todos ellos. Hay tres tipos de escuelas secundarias en Zurich: *(a)* Gimnasio literario, *(b)* Gimnasio real y *(c)* Escuela real. El alumno que ha completado el sexto año de la escuela primaria, puede ingresar a cualquiera de los tipos del Gimnasio. Para ingresar en la Escuela real, el alumno debe haber completado, no sólo el sexto año de la escuela primaria, sino haber cursado además dos años de escuela secundaria.

II — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL PRIMER AÑO ESCOLAR

(Edad 6 a 7 años)

Austria

Los niños aprenden a leer y a escribir números de 1 a 10, y las cuatro operaciones fundamentales dentro de esos límites. En algunas escuelas los alumnos aprenden a leer y a escribir números de 1 a 100 durante el primer año. Se proponen simples problemas con números referidos a cosas familiares a los niños. La mayor parte del estudio es oral.

Bélgica

Se enseña a los niños a contar y a escribir números de 1 a 20. Se les propone simples ejercicios con números comprendidos entre esos números. La lectura y escri-

tura de números es después extendida hasta 100. Libremente son usados objetos para desarrollar los conceptos de número. De cuatro a cinco períodos por semana se destinan usualmente a la aritmética.

Dinamarca

El estudio del primer año comprende la lectura y escritura de números de 1 a 10 y las cuatro operaciones fundamentales con números comprendidos entre esos límites: en pocas escuelas se extiende ese límite a 20. Se enseñan los conceptos $^1/_2$ $^1/_3$ y $^1/_4$. Casi todo el estudio es oral, y libremente se emplean objetos. La aritmética se enseña en cinco períodos semanales a los varones y en cuatro a las niñas.

Inglaterra

El primer grado del departamento de infantes corresponde al primer año escolar de los Estados Unidos. Se enseña a los niños a contar de 1 a 10 y de 10 a 1. Los varios números de 1 a 10 son factoreados. Se enseña la adición y sustracción no formal. — Sólo se proponen ejercicios simples. Los alumnos tienen muchos juegos, como dominós y otros entretenimientos. Se enseñan las medidas, usando el pie, la pulgada y media pulgada, y los niños aprenden a apreciar pequeñas distancias. Se enseñan los términos medio y cuarto por medio de papel plegado y por el uso de numerosos objetos.

Finlandia

En las escuelas urbanas se enseña a los niños a contar y a leer y escribir números de 1 a 100. Se enseñan las medidas más comunes.

En las escuelas rurales se enseña la lectura y escritura de números de 1 a 100 y la adición y sustracción

con números menores que 20. Se enseña además el sentido y uso de los términos metro, litro, kilogramo y marco.

Francia

El curso incluye la lectura y escritura de números de 1 a 100 y las cuatro operaciones de los números hasta 10. Se enseña y emplea extensivamente los términos metro, litro y franco. Las fracciones $^1/_2$ $^1/_3$ y $^1/_4$ son enseñadas. Casi todo el estudio es oral.

Alemania

Se enseña la escala de números de 1 a 20 y la adición y sustracción de números comprendidos entre esos límites. En algunos Estados Alemanes la tabla de multiplicación por dos se enseña en primer año. Se enseñan usualmente los términos metro, decímetro, libra y marco. En pocos Estados la escala de los números es enseñada solamente de 1 a 10, pero siempre las cuatro operaciones se enseñan entre esos límites.

Se dedica a la aritmética de tres a cuatro períodos semanales.

Holanda

El curso es prácticamente el mismo que en Bélgica. Los números de 1 a 20 se estudian sintéticamente. De 20 a 100 se estudian previamente las decenas a los números intermedios. Se dedica a la aritmética de cuatro a cinco períodos semanales.

Hungría

El curso es prácticamente el mismo que en Austria.

Son consideradas simples relaciones de números referentes a las actividades del hogar y de la escuela.

Italia

Se enseña a los niños a leer y escribir números de 1 a 100, y a ejecutar las cuatro operaciones con números de 1 a 20.

Casi toda la enseñanza es oral.

Japón

El curso incluye la lectura y escritura de números de 1 a 100 y las cuatro operaciones con números menores que 20. La mayor parte de los ejercicios son de adición y de sustracción. Se dan pocos y simples ejercicios con números entre 20 y 100.

Se dedica a la aritmética cinco períodos por semana generalmente durante 40 semanas.

Suecia

Se enseña a los niños a leer y a escribir números de 1 a 100 y se resuelven simples problemas orales con números dígitos.

Suiza

Se enseña a los alumnos a leer y a escribir números hasta 100 y a ejecutar las cuatro operaciones con pequeños números.

Estados Unidos

i En muchas de las escuelas de los Estados Unidos sólo ncidentalmente se estudian los números en el primer año escolar: en algunas escuelas se comienza el estudio metódico de los números en la segunda mitad del primer año.

El siguiente plan general es el del curso de estudio de

Nueva York; representa uno de los cursos más adelantados.

Se enseña a los niños a contar, leer y escribir números hasta 100 y aprenden de memoria las 45 combinaciones de adición: el ejercicio de esa tabla es dado como sistema para preparar así a la adición como a la sustracción. Los niños aprenden a contar por dos, por cinco y por diez, y a transportar en adición: no se intenta hacer la ciencia de los números: se acentúa el arte del cálculo.

La enseñanza oral predomina principalmente, pero se da también gran cantidad de ejercicios en el pizarrón.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL PRIMER AÑO

No existe mucha divergencia entre los cursos de aritmética en las escuelas más adelantadas de los diferentes países. Por lo general puede decirse que el fin es el de enseñar a los niños a contar y a leer y a escribir las cifras hasta 100; a hacer sumas fáciles y a restar dentro de estos límites; a conocer las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, y a hacer algunas fáciles multiplicaciones y divisiones con números menores de 20. Prácticamente todo el trabajo es oral y se emplean libremente los objetos.

III — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL SEGUNDO AÑO ESCOLAR

(Edad 7 á 8 años)

Austria

Ejercicios sobre adición, sustracción, multiplicación y división aplicando números de 1 á 100. La lectura y escritura de números es extendida hasta 1.000. Se enseña a los niños el empleo de las medidas comunes.

Bélgica

El conocimiento de la escala de los números es extendido hasta 100 y frecuentemente los niños aprenden a escribir números hasta 1.000: se enseñan las cuatro operaciones con números no mayores que 100, y el valor relativo de las cifras. Se aprende totalmente la tabla de multiplicación hasta 10 por 10. Se dedica preferente atención a las pequeñas fracciones de uso común. Se hacen ejercicios orales y escritos, pero se da preferente atención a la enseñanza de los orales.

Se destinan cuatro horas semanales a la aritmética en las escuelas de niños y tres en las de niñas.

Dinamarca

Las cuatro operaciones fundamentales con números hasta 100. Los niños aprenden usualmente a leer números hasta 1.000. El estudio de la división sólo se hace con divisores de una cifra.

Se estudian las monedas danesas y se aprenden y usan los siguientes términos: metro, decímetro, centímetro, kilogramo, litro, docena, año, mes, semana y día. Se enseñan simples reducciones del sistema métrico decimal. Las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ y $^1/_{10}$ se enseñan objetivamente y se usan en simples cálculos.

Inglaterra

El año que más aproximadamente corresponde al segundo año escolar es llamado « Standard I »: éste es generalmente precedido por los últimos dos años del departamento infantil. Durante este período se hace gran cantidad de ejercicios numéricos.

La práctica general es enseñar a leer y a escribir los números de 1 a 100. El curso comprende la adición y

sustracción de dos números dígitos, pero también se hacen algunos ejercicios de multiplicación y división no considerados formalmente. Se hacen adiciones y sustracciones rápidas: este procedimiento es enseñado por el método de la terminación de diez. Se enseñan las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$ y $^1/_4$.

Se da mucha importancia al dibujo de figuras geométricas simples y a la apreciación de longitudes. Algunos objetos como cubos, ladrillos, monedas, son empleados con mucha frecuencia.

Finlandia

El curso comprende las cuatro operaciones fundamentales con números no mayores que 100 y lectura y escritura de números hasta 1.000.

Se enseñan las medidas comunes de longitud, peso, volumen y capacidad.

Francia

Se enseña a los niños a contar y escribir números hasta 1.000. Se enseñan las cuatro operaciones fundamentales con fáciles combinaciones de números menores que 100. La división se limita a divisores de una cifra.

Se estudian los términos metro, litro, gramo, franco y sus fáciles múltiplos y submúltiplos. Los niños aprenden a construir cuadrados, rectángulos y triángulos. Se da mucha importancia a simples apreciaciones de longitudes.

Se dedica 40 minutos diarios al estudio de la aritmética.

Alemania

La lectura y escritura de números se extiende hasta 1.000 y se proponen muchos ejercicios orales sobre las

cuatro operaciones con números pequeños. Se prueban las operaciones por inversión. Se dedica especial atención a las tablas de multiplicación y división hasta cinco. Se enseña y se emplea en fáciles problemas las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$ y $^1/_4$. Los términos marco, libra, metro y centímetro son enseñados. Se exige que los niños hagan muchas medidas y estimaciones aproximadas de las mismas. Versos y juegos se emplean para fijar en la memoria la secuencia de los números y sus combinaciones.

En todos los Estados predomina sobre todo la aritmética oral: en algunos se dedica especial atención a las fracciones de números pequeños y a contar hasta 100 de a 5 y de a 10.

Holanda

Los niños aprenden á contar, a leer y a escribir números hasta 1.000. Las cuatro operaciones fundamentales son completamente enseñadas para números menores que 100.

Se dedica bastante atención a los números concretos comunes. En Amsterdam se dedica 4 $^1/_2$ horas semanales á la aritmética.

Italia

El curso comprende la lectura y escritura de números hasta 1.000 y ejercicios orales sobre las cuatro operaciones con números menores que 100: la multiplicación y división están limitadas a números dígitos. Se enseña objetivamente las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$ y $^1/_4$. Se enseñan las nociones elementales sobre las unidades de peso, longitud y capacidad. Se proponen numerosos problemas sencillos y prácticos.

Japón

Se enseña la notación y numeración hasta 1.000. Se enseña a los niños a contar de a 10 hasta 1.000 y la adición y sustracción oralmente con números menores

que 100 y la multiplicación y división con números fáciles de dos cifras: se estudia el uso de ábacos de calcular, excusadas las tablas más allá de los nueves. Las tablas y las operaciones inversas se empiezan en este grado.

El año escolar es de 10 meses, y seis períodos semanales se dedican a la aritmética.

Suecia

Los niños aprenden a contar, leer y escribir números hasta 1.000: se ejecutan las cuatro operaciones orales con números menores que 50, y se hacen escritas con números menores que 100. Los multiplicadores y divisores son siempre dígitos o múltiplos de 10. Se enseñan las más simples de las medidas comunes y las más fáciles de las fracciones.

Suiza

No se dan detalles del curso del 2.º año en los informes. La aritmética oral es la base del estudio durante todos los primeros grados, y se dedica gran atención a problemas fáciles dentro de la experiencia de los niños.

Estados Unidos

En el Estado de Nueva York el curso es un ejercicio continuado sobre el uso de las 45 combinaciones de adición y sustracción. Se ejercita además a los alumnos sobre series de adición y contando por dos, tres, cuatro y cinco. El método de adición se emplea para la sustracción y se hacen contínuos ejercicios de adiciones rápidas. Los alumnos aprenden de memoria las 45 combinaciones de la multiplicación; ellos se preparan así al mismo tiempo para la división. Se enseña el procedimiento de transporte en la multiplicación. Se usan ám-

pliamente buenos modelos u objetos para la enseñanza. La explicación del procedimiento ès experimental.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL SEGUNDO AÑO

El curso del segundo año escolar varía más que el del primer año. Por lo general puede decirse que el fin del trabajo es el de enseñar a los niños a contar, leer y escribir números hasta 1000; a hacer las operaciones fundamentales con números menores de 100; y a aprender las unidades simples de medida. En algunos países los multiplicadores y divisores se limitan a una cifra. Se enseña a los alumnos a contar hasta 100 por 2, 5 y 10. Las 45 combinaciones de suma se aprenden durante este año y las tablas de multiplicar, con productos hasta 10 veces 10, se estudian usualmente.

Generalmente se enseña la resta al mismo tiempo que la suma, encontrando la diferencia por el método de sumar. Se enseñan las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, y se emplean mucho los objetos. Se estudian los quebrados con denominadores simples y se dedica mucha atención a las medidas y a los cálculos.

El trabajo oral predomina. Se dan muchos problemas concretos relacionados con las experiencias de los alumnos.

El curso en las escuelas más adelantadas de los Estados Unidos puede compararse favorablemente con los cursos más adelantados de Europa. En la gran mayoría de las escuelas de los Estados Unidos, sin embargo, no se avanza tanto en aritmética como en las mejores escuelas de Europa durante el segundo año escolar. El año escolar más largo y el mayor número de horas diarias permiten a los profesores europeos dedicar más tiempo al estudio y al ejercicio de las operaciones aritméticas, y los alumnos que salen del segundo grado en Europa están probablemente más instruídos en los fundamentos del cálculo que los que salen del mismo grado escolar en los Estados Unidos.

IV — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL TERCER AÑO ESCOLAR

(Edad 8 á 9 años)

Austria

Con mucho empeño se trata de desarrollar la ejecución rápida y exacta de las cuatro operaciones. Se da gran importancia a los ejercicios orales, resolviendo muchas de ellas en el pizarrón y en el papel.

Las fracciones incluyen todas aquellas con denominador menor que 10, se hacen ejercicios simples con esas fracciones. Frecuentemente se hacen ejercicios de fáciles estimaciones y medidas.

Bélgica

Se da a los niños un conocimiento intuitivo y práctico de los términos metro, litro, gramo y franco y de sus múltiplos y submúltiplos. Las unidades de medidas son puestas en las manos de los alumnos todas las veces que sea practicable. Las cuatro operaciones se amplían y el cálculo se extiende a números crecidos.

Se comienza la notación decimal y se hacen problemas sobre las diversas operaciones. Se dedica atención a problemas fáciles y prácticos. El texto empieza á usarse en este grado. En las escuelas de niños se dedica 4 horas por semana a la aritmética y tres en las de niñas.

Dinamarca

La notación y numeración se extiende hasta 10.000. Se considera el valor relativo en la lectura y escritura de los números. Se enseñan las cuatro operaciones empleando números abstractos y concretos. Se emplea mul-

tiplicadores y divisores solamente de una ó dos cifras, excepto el caso de potencias de 10.

Los términos día, semana, hora, minuto, segundo, metro, kilómetro, milímetro, hectómetro, decílitro, gramo, kilogramo y tonelada se enseñan y emplean en numerosos problemas. Se dan simples ejercicios con fracciones fáciles.

El ejercicio escrito y oral sobre la tabla de multiplicación es diario.

Se dedica a la aritmética 5 horas por semana.

Inglaterra

En «Standart II» el curso comprende la lectura y escritura de números de 1 a 1000. Las cuatro operaciones son extendidas hasta incluír adición de centenas, multiplicación de decenas por unidades y de centenas por fáciles decenas; sustracción de decenas de fáciles centenas; división de decenas y de fáciles centenas por unidades.

Las fracciones $^1/_2$, $^1/_3$ y $^1/_4$ son empleadas en fáciles adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones. La medida de cinta es ampliamente usada y los niños aprenden los siguientes términos: yarda, pie, pulgada, media pulgada, libra, media libra. Aprenden también el valor de las diversas monedas inglesas.

Se dedica mucha atención al dibujo de simples figuras geométricas. Se exige que los niños dibujen rectángulos y cuadrados de dimensiones dadas: el papel cuadriculado es ampliamente usado para esos dibujos. Se enseña a los niños el ángulo recto y cómo se dividen ángulos por medio del papel plegado.

Finlandia

Se explica cuidadosamente el valor relativo. Las cuatro operaciones son extendidas hasta 1000 con números abstractos y concretos. Se enseñan las unidades comunes de

longitud, peso y capacidad, y se proponen numerosos ejercicios con esas medidas.

Se dedica cuatro horas semanales a la aritmética.

Francia

Se da un repaso completo a lo estudiado y se extiende las operaciones a números elevados. Se empieza a dar ideas generales sobre las fracciones. Se proponen simples razonamientos y problemas dando datos elegidos dentro de la experiencia de los niños.

Los niños hacen frecuentes apreciaciones y comparaciones de distancias usando las unidades métricas. Se proponen ejercicios sobre las más simples figuras planas, y estúdiase las varias clases de ángulos. Los sólidos más simples son estudiados por modelos.

Cuarenta minutos diarios se destinan al estudio de la aritmética.

Alemania

La escala de los números se extiende hasta 1.000 y se enseña a los niños a contar de a 10, 50 y 100. La adición y sustracción orales son extendidas a números de 2 cifras y ambas operaciones escritas se hacen con números hasta de 6 cifras: se enseña la multiplicación con números de cuatro cifras por otros de 2 cifras. Se enseña la división de números que tengan de 2 a 6 cifras por números de 1 cifra y por decenas fáciles. Los términos marco, libra, metro, centímetro, litro, hectolitro. gramo, kilogramo y kilómetro se enseñan y aplican a numerosos ejercicios. Se dedica especial atención a las cuatro operaciones que comprenden unidades de longitud y de peso.

Hay en Alemania numerosas colecciones de problemas indicados para facilitar los cálculos orales.

En muchos de los Estados alemanes se dedica al estudio de la aritmética 5 horas semanales.

Holanda

Prácticamente el curso es el mismo que en Bélgica. Se dan ejercicios con números sobre las cuatro operaciones.

Cinco horas semanales se dedican a la aritmética.

Hungría

(Para detalles véase el curso en Austria.)

Casi todos los problemas son escogidos de los casos comunes de la vida práctica: existe en ese país mucha libertad y variación en los cursos.

Italia

La notación y numeración se extiende hasta 10.000. Se dan numerosos ejercicios orales con números menores que 100. Los ejercicios escritos comprenden números menores que 1000. Multiplicadores y divisores son usualmente números pequeños, o un múltiplo de 10. Se introduce la numeración decimal y fracciones comunes fáciles se reducen a decimales. Se dedica especial atención a ejercicios prácticos relativos al sistema métrico decimal. Se dan algunas nociones elementales de geometría por intuición. Se inicia el dibujo a pulso.

Japón

Se extiende la notación y numeración hasta 10.000. Se hacen ejercicios orales y escritos sobre las cuatro operaciones. El fin principal del año es enseñar las cuatro operaciones escritas con números menores que 10.000.

De 5 a 10 minutos diariamente de ejercicios orales se dedican para fijar hechos numéricos en la memoria.

Rusia

El curso del 3.er año escolar comprende las cuatro operaciones con números abstractos y concretos y fracciones fáciles. Se enseñan las tablas de pesas, medidas y monedas rusas. Se emplean en las escuelas numerosas colecciones de buenos problemas. Se enseñan las primeras nociones de geometría por medio de papeles plegados y cortados, cuadrados, rectángulos y sólidos simples. Los alumnos no emplean textos.

Se dedica a la aritmética 5 horas semanales.

Suiza

Se enseña la notación y numeración hasta 1.000

La aritmética mental es la base de todos los ejercicios. Cálculo no razonado es el que se da sobre las cuatro operaciones.

Estados Unidos

(Curso del Estado de Nueva York.) Se continúan los ejercicios. Se enseña a los niños a contar de a 5 hasta 100, empezando con 0, 1, 2, 3 o 4 y de a 6 empezando con cada uno de 0 a 5 inclusive.

En pequeñas divisiones se usan como divisores los números dígitos. Se enseña la multiplicación con números de 2 o más cifras. Definiciones de los términos sumando, suma, minuendo, sustraendo, resta, multiplicando, multiplicador, producto, dividendo, divisor y cociente. Se enseña a los alumnos a medir usando la pulgada y el pie, se enseña también la pulgada cuadrada y el pie cuadrado. Las fracciones $^1/_2$, $^1/_4$ se aplican al uso de las medidas lineales en mediciones.

Durante el 2.o semestre se enseñan los siguientes tópicos: divisiones grandes, tablas de multiplicación de de-

cenas, oncenas y docenas y su uso como divisores en cortas divisiones: casos de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10: la definición de factor y factor primo. Los alumnos aprenden de memoria los números primos hasta 25. Se enseña a tomar medidas de objetos del salón de la escuela, y medida de líquidos.

Se dedica especial atención a la ejecución exacta y rápida, oral y escrita, de las cuatro operaciones.

Al terminar el año los niños deben saber ejecutar con rapidez y exactitud las cuatro operaciones.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL TERCER AÑO

Hay más variedad en los cursos del tercer año que en los del primero y segundo año escolar. En algunos países, por ejemplo, Bélgica e Italia se enseña, en este grado la notación de las fraccciones decimales.

Por lo general esto no se hace en los Estados Unidos hasta la última parte del cuarto año ó en la primera parte del quinto. Es práctica general en el extranjero ejercitar a los alumnos en el uso de los quebrados ordinarios.

En todos los países europeos y en el Japón se da gran importancia al cálculo mental. En el Japón una parte especial de la lección se dedica a este ejercicio oral. Los libros de texto en varios países, notablemente en Alemania, Austria, y en Italia son compilaciones de problemas, más bien que exposiciones de teorías numéricas.

En la mayoría de las escuelas se enseña a restar por el método de sumar.

Al fin de su tercer año escolar el niño alemán puede, (1) continuar en la Volksschule) (escuela del pueblo), (2) pasar a la Burgerschule (escuela de ciudadanos) o (3) ingresar en una escuela secundaria (Gimnasio, Gimnasio real, Escuela real Superior). El alumno ruso puede ingresar en la Escuela real o en el Gimnasio. Si lo prefiere puede continuar en la escuela primaria uno o dos años más.

En Suecia la escuela primaria dura 6 años, pero el alumno puede ingresar en la Escuela real, después de haber completado el tercer año escolar.

V—EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL CUARTO AÑO ESCOLAR

(Edad 9 a 10 años)

Austria

Mucha atención se presta a la resolución rápida y exacta de las cuatro operaciones. Se propone a los alumnos gran cantidad de ejercicios orales.

Se extiende la idea de fracción, y se empieza el estudio de las fracciones decimales. Se proponen numerosos y fáciles problemas relativos a simples operaciones con quebrados comunes y decimales. Las unidades comunes de peso, longitud, superficie, capacidad y moneda se ejercitan continuamente.

Bélgica

Las fracciones comunes se estudian con más extensión, y se explica y practica la reducción de fracciones comunes a decimales. Se proponen prácticos y numerosos problemas sobre el sistema de pesas y medidas. Se relaciona las fracciones decimales con el sistema métrico. Se da a conocer las ideas fundamentales de la proporción simple, y se empieza el estudio del interés simple.

Dinamarca

Se extienden las cuatro operaciones a ejercicios con números de varias cifras. Se hacen multiplicaciones por números de varias cifras. Se hacen multiplicaciones por

números de tres cifras y divisiones por números de dos cifras. Se enseña las cuatro operaciones con números concretos. El concepto de fracción se extiende incluyendo todas las que tienen denominador no mayor que 10. Se ejercita a los alumnos en la determinación de partes fraccionarias de un número. Se enseña las ideas fundamentales de proporción simple. Se emplea las unidades del sistema métrico en gran cantidad de problemas.

Inglaterra

Se estudian agrupadas las decenas, centenas y millares. Se dedica mucha atención a los factores de los números menores que 100. Se extiende la adicción a números de 4 cifras y la substracción hasta centenas y millares. Se estudia la multiplicación por fáciles centenas y la división con factores sencillos. Las cuatro operaciones se emplean en problemas sobre monedas, yardas, pies, pulgadas, galones, cuartas, pintas, libras y onzas. Se hacen reducciones ascendentes y descendentes. Se enseña a los alumnos el uso de las fracciones $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^3/_4$ $^2/_3$ $^1/_8$ a $^7/_8$ $^1/_{12}$ a $^{11}/_{12}$. Se dan numerosos problemas sobre esas fracciones y ellas se representan sobre líneas y por medio de papel plegado. Se enseña el uso de la cinta de medir.

Los alumnos se familiarizan con la idea de la sección por el papel plegado. Se hace el estudio con el cuadrado y el rectángulo. Se hace que los niños midan y comparen los lados opuestos y las diagonales. Los triángulos equiláteros e isóseles son estudiados sucintamente. Se copian y se construyen figuras geométricas, y con fáciles escalas.

Finlandia

Se estudia durante el año las fracciones comunes y decimales. La mayor parte de las fracciones comunes tienen pequeños denominadores y la mayor parte de los

ejercicios no tienen decimales fuera del tercer orden. Se enseña a los alumnos a reducir una fracción común o de cimal, así como las ideas fundamentales de razón y proporción. Se propone algunos problemas muy elementales sobre el interés simple.

Francia

Se extienden las ideas sobre las fracciones comunes, y se comienza el estudio de las fracciones decimales. Se estudian las ideas fundamentales de la proporción, y se proponen algunos problemas sobre el interés simple. Se dedica mucha atención a los problemas sobre el sistema legal de pesas y medidas, y se proponen muchos problemas mentales sobre las cuatro operaciones.

Los alumnos deben representar sobre el pizarrón y sobre el papel simples figuras geométricas y estudiar sobre modelos las propiedades fundamentales del cubo, prisma, cilindro y esfera. Los textos incluyen numerosos problemas relativos a las pérdidas causadas por las bebidas alcohólicas.

Alemania

En Alemania el alumno emplea generalmente su 4.º año escolar en la Volksschule, el gimnasio, el Gimnasio Real o la Escuela Real Superior, aunque como en otros países allí hay otros tipos de escuela a que puede asistir.

Curso en la Volksschule. — Multiplicación oral por 12, 15 y 25. Las cuatro operaciones con números concretos son estudiadas. Se dan sencillos problemas con fracciones. Se extiende la notación y numeración hasta números de siete cifras. Se hace práctica continua sobre las cuatro operaciones. La multiplicación alcanza hasta números de cuatro cifras y la división se hace hasta por divisores de tres cifras.

Se enseñan las fracciones decimales hasta las tres pri-

meras órdenes, y se termina relacionándolas con el sistema métrico.

Números concretos son frecuentemente escritos en forma decimal. Reducciones ascendentes y descendentes se aplican al sistema métrico. Se enseña la adición y substracción de fracciones comunes, y se usan con frecuencia las partes alicuotas. En algunas de las Volksschule alemanas la aritmética escrita formal, empieza en este grado.

Las aplicaciones se hacen después que el procedimiento ha sido adquirido.

Curso en el Gimnasio. — Las cuatro operaciones con números abstractos y concretos se ejercitan ampliamente. Se hacen ejercicios sobre las medidas simples de peso, capacidad, superficie y volumen. Se dan problemas en que entra el uso de paréntesis. Se extienden las ideas sobre las fracciones comunes, y se da especial importancia a las decimales.

Curso en el Gimnasio real. — Es el mismo que en el Gimnasio.

Curso en la Escuela Real Superior. — Cuatro horas semanales se dedican a la aritmética. El curso comprende ejercicios sobre las cuatro operaciones con abstractos y concretos; práctica en la notación decimal; las reglas de divisibilidad por números dígitos; factores primos, múltiples y divisores. Se amplían las ideas sobre las fracciones comunes. La aritmética oral se considera como de importancia.

Holanda

Se repasan completamente las operaciones de los números enteros: se considera especialmente los números concretos y las diversas unidades comunes de medida.

Se amplía el concepto de las fracciones: se enseñan las fracciones decimales, y a reducir a éstas las comunes.

Se estudia el rectángulo, el cubo y el paralelepípedo.

Se dedica a la aritmética 4 $^1/_2$ horas semanales.

Hungría

Se intenta asegurar en alto grado, rapidez y claridad las cuatro operaciones. Se hace un estudio completo de los números concretos y de las unidades simples de medida: se enseña la notación decimal, se amplía el concepto de las fracciones comunes, y los alumnos aprenden a reducir una fracción común a decimal.

Italia

Los ejercicios escritos comprenden las cuatro operaciones con enteros y fracciones decimales, la reducción de las fracciones comunes a decimales.

Se enseña a los niños las propiedades fundamentales de las figuras geométricas simples: forma parte importante de los ejercicios el dibujo a pulso. Se enseña las reglas para medir las figuras planas comunes y se da a conocer los nombres de los sólidos geométricos.

Japón

El fin principal del estudio del 4.º año escolar es asegurar en alto grado la exactitud y la rapidez de los cálculos con números inferiores a 100.000,000 y enseñar el cálculo con números compuestos y decimales.

Los multiplicadores son generalmente de dos o tres cifras, y los divisores y concretos son usualmente números no mayores de tres cifras. Se enseña a los niños a tomar partes alícuotas de los números.

Se enseñan los números compuestos de unidades de longitud, distancia, peso, capacidad, área, tiempo y moneda.

En este año escolar se enseña solamente hasta centésimas.

Rumania

Se extienden las cuatro operaciones a números grandes: se empieza el estudio de la notación decimal y se considera la relación entre las fracciones comunes y las decimales. Se estudian las varias unidades métricas.

Rusia

El Gimnasio y la Escuela real empieza en el 4.º año escolar. Los niños pueden continuar su curso en la escuela primaria. Los cursos del 4.º año son muy semejantes. Se consideran las cuatro operaciones, y se comienza las fracciones comunes y decimales. En el gimnasio se destinan cuatro horas semanales a la aritmética. Forman parte importante del curso medidas y fáciles dibujos a escala.

Suecia

La escuela real empieza en el 4.º año escolar y continúa por seis o siete años. Se consagra a las matemáticas cuatro horas por semana. Se dedica continua atención a las cuatro operaciones. Se comienza el estudio de las cuatro operaciones y aplicándolas se resuelven fáciles problemas. Solamente números enteros son usados como multiplicadores y divisores, sin resíduo en la división. Se continúa el estudio del sistema métrico decimal.

Suiza

El fin es obtener el desarrollo expedito y exacto de las cuatro operaciones con números enteros y concretos.

Se estudia la notación decimal y se amplían las ideas sobre las fracciones comunes. Se enseñan las cuatro operaciones con enteros y fracciones comunes y se propo-

nen solamente fáciles problemas. Se dedica mucha atención en la estimación de dístancias y dibujo á escala. Se continúa el estudio del sistema métrico decimal.

Estados Unidos

Curso del Estado de Nueva York — Se enseña la numeración romana de 1 a 100 y por centenas hasta 1000. Los alumnos aprenden a leer y a escribir las monedas de los Estados Unidos; se usa, cuando es posible, el método de eliminar factores comunes en la resolución de problemas, y se emplean los términos pinta, cuarta, peck y buschel. Se desarrolla objetivamente la idea de fracción común. Se enseña a los niños a cambiar fracciones en equivalentes de mayor o menor denominador; se suman y se restan fracciones cuyo denominador no contiene más de dos cifras, se multiplica una fracción por un entero y por una fracción, y se multiplica un entero por una fracción; se divide una fracción por un entero y por una fracción, y se divide un entero por una fracción. Se enseñan los principios para multiplicar o dividir una fracción por la propia operación sobre su numerador o denominador; también el efecto de multiplicar o dividir ambos términos de la fracción por el mismo número.

Se continúa durante todo el año haciendo ejercicios sobre las cuatro operaciones con enteros. Se enseña la adición y substracción de números mixtos. Los alumnos aprenden a obtener el factoreo y el m. c. m. de números menores que 100.

Periódicamente se dan problemas para resolver cuidadosamente. Se enseñan las medidas cúbicas. Se estudian las de volúmenes incluyendo pulgadas cúbicas, pie cúbico y yarda cúbica. Se proponen simples problemas de cuentas, facturas y cálculos comerciales.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL CUARTO AÑO

Al fin del cuarto año escolar (en Alemania, el tercer año escolar) el alumno puede ingresar en una de las

diversas escuelas secundarias; en Austria en el Gimnasio, en el Gimnasio Real, o en la Escuela Real; en Francia en la escuela primaria superior o en el Liceo; en Alemania en el Gimnasio, en el Gimnasio real, o en la escuela real superior; en Hungría en la Burgherschule, en el Gimnasio o en la Escuela real; en Italia en el Gimnasio o en la Escuela moderna; en Rumania en el Gimnasio, y en Suiza en la Escuela media. Las condiciones son tales que lo mejor para los alumnos es ingresar en las escuelas secundarias adaptándose a su plan de estudios desde el principio; de suerte que el cuarto (o el tercero) año escolar es el último año de la primaria para muchos alumnos europeos.

Se trata de que los alumnos al completar su cuarto año escolar hayan adquirido firmemente el conocimiento de las cuatro operaciones con los números enteros y fraccionarios. En todos los países se hace una gran cantidad de ejercicios de cálculo mental y escrito.

La rapidez y la exactitud en los cálculos son especialmente recomendadas en todas partes. Además, el concepto de las fracciones comunes está muy extendido, y se utiliza la notación decimal. En algunos países solamente se enseña a sumar y a restar fracciones comunes y decimales, pero en otros la multiplicación y la división también están comprendidas en el curso. Cuando esto se hace, por lo general sólo se consideran los casos fáciles.

El uso general del sistema métrico en los países de la Europa Continental hace práctica la introducción de los decimales en una fecha más temprana que en los Estados Unidos. Por lo común el tema de fracciones decimales tiene una correlación íntima con el sistema métrico.

La mayoría de los cursos en los Estados Unidos no están tan adelantados como en el curso del Estado de Nueva York. Por lo general, se puede decir que los cursos de los países europeos comprenden todo lo que se ofrece en los Estados Unidos durante el cuarto año escolar y una gran parte del trabajo del quinto. El estudio

formal de las fracciones comunes o decimales rara vez se empieza en los Estados Unidos antes del quinto año escolar.

En la mayoría de los países europeos se da más importancia al cálculo que al razonamiento durante los primeros cuatro años escolares.

VI—EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL QUINTO AÑO ESCOLAR

(Edad de 10 a 11 años)

Austria

El 5.º año escolar es el último año de la Volksschule y el 1.º del Gimnasio, del Gimnasio real y de la Escuela real.

Curso en el Gimnasio. — Se continúan las cuatro operaciones con abstractos y concretos. Se comienza la notación de la numeración romana. Se estudian las monedas, pesas y medidas austriacas. Se estudian las fracciones comunes en conexión con números concretos, siendo la mayor parte de ellas con pequeños denominadores; y se continúa el estudio de las decimales.

El estudio de la geometría es de naturaleza propedéutica.

Se estudia el cubo y la esfera. Se hacen ejercicios con la regla, la escuadra, compás y trasportador. Se dedica especial atención a la medida y dibujo de fáciles figuras geométricas.

Los alumnos se familiarizan con los sólidos comunes. Las construcciones geométricas comprenden ángulos de 30, 60 y 90 grados, triángulos equiláteros, isósceles y rectángulos, paralelas y perpendiculares. Los alumnos calculan las áreas de cuadrados y rectángulos y los volúmenes de cubos y prismas rectos.

Curso en la escuela real y en la escuela popular. — Prácticamente el curso es el mismo del Gimnasio: se trata de que los alumnos hagan las cuatro operaciones con seguridad, rapidez y exactitud con enteros y fraccionarios.

La aritmética es enseñada en estrecha relación con la geometría en todos los tipos de escuela: ambas materias se complementan y constituyen una instrucción unida. Los alumnos hacen numerosos y simples modelos de cartón y varillas. Las figuras planas y sólidas se consideran en estrecha conexión, haciendo el estudio sobre modelos.

Usualmente se dedican tres horas semanales al estudio de la aritmética y una al de la geometría.

Curso en el Gimnasio real. — Es el mismo de la escuela real, excepto en el período especial dedicado a la geometría.

Bélgica

Se amplían las cuatro operaciones con enteros y fracciones comunes y decimales. Se calcula el cociente aproximado hasta las centésimas. Se usa ampliamente la simplificación. Se enseña a los alumnos la divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 25 y 125. Se estudian los números primos y se aplica la divisibilidad por 6, 12, 15, 18, 21 y 35. Proporciones por el método de reducción a la unidad.

Los problemas se basan principalmente en las industrias, comercio y agricultura locales. Se continúa el estudio del sistema métrico decimal. Se hacen ejercicios sobre las medidas del rectángulo, paralelógramo, triángulo trapecio, círculo y polígonos. Se ejercita el cálculo oral y los procedimientos abreviados.

La mayor parte de la enseñanza de las formas geométricas se da relacionándola con el sistema métrico, los trabajos manuales y el dibujo.

Dinamarca

Se enseña a los alumnos a descomponer números en sus factores primos. Se enseña la adición y substracción

de fracciones comunes y el estudio se extiende a las decimales. Se empieza el estudio de la proporción, usando la forma fraccionaria en la escritura.

Se estudia el sistema métrico como una aplicación práctica de las fracciones decimales, y se enseña la adición y substracción de las fracciones decimales y la multiplicación y división de un número decimal por un entero.

Una clase especial se dedica al estudio de las formas geométricas, pero mucho se ejercita ese estudio en las clases de dibujo.

Se enseñan las mediciones en conexión con la aritmética; pero el compás es muy poco usado.

Inglaterra

Se extiende la notación y numeración hasta decenas y centenas. Se enseña los factores y fáciles divisiones de números crecidos.

Se estudian las fracciones comunes, restringiendo en la mayor parte de los casos el valor de los denominadores hasta 12. Se enseña la adición y substracción de fracciones. Se continúa el estudio de las fracciones decimales con las que tienen más de tres cifras decimales, y se hacen ejercicios sobre las cuatro operaciones con decimales empleando cuadrados, rectángulos y reglas graduados. Se resuelven numerosos problemas aplicando distancias y alturas expresadas en yardas, pies y pulgadas. Se hacen ejercicios aplicando los términos tonelada, quintal, cadena, libra, onza, galón, cuarta, pinta, mes, día, hora, minuto y segundo.

Se dedica especial atención al método de reducción a la unidad. Se enseña el área del cuadrado y del rectángulo y el empleo del término perímetro. Se trata de que el alumno adquiera idea de la libra tipo y de la yarda. Se hacen ejercicios de medida con la cinta métrica y los alumnos aprenden algunas equivalencias. Se emplean calibres y cuñas para medir los diámetros interiores y exteriores.

El estudio de geometría comprende la dirección de líneas, ángulos y triángulos por papel plegado; el uso del compás; plegado de círculos para obtener ángulos de 180, 90, 45 y 22 $^1/_2$ grados; el dibujo de paralelas empleando la escuadra y a ojo; el dibujo de paralelógramos y el dibujo a escala.

Finlandia

El curso comprende las fracciones comunes y decimales, pruebas de divisibilidad, proporción simple, elementos de porcentaje y de interés simple.

Una hora por semana se dedica al estudio de la geometría: este curso comprende el estudio de líneas, ángulos, figuras rectilíneas y sus áreas, figuras curvilíneas y sus áreas.

Francia

El 5.º año escolar es el primero de la escuela primaria superior y el primero del Liceo.

La primaria superior no está establecida en todas las escuelas.

El curso primario superior comprende las siguientes materias: el estudio de los números primos y las pruebas de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 9 y 25; la descomposición de un número en sus factores; el máximo común divisor y máximo común múltiplo; método de reducción a la unidad; el sistema métrico; las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales. Se emplean letras en la resolución de algunos problemas sencillos.

El estudio de la geometría se hace en conexión con el dibujo y frecuentemente ambas materias son enseñadas por el mismo profesor. Se estudian las siguientes figuras: cuadrado, rectángulo, triángulo, círculo, perpendiculares, oblícuas, paralelas y paralelógramos. Los alumnos aprenden la relación de la circunferencia al diámetro, la sig-

nificación de los términos cuerda, arco, tangente y secante. Se miden ángulos y se hace gran cantidad de construcciones gráficas. Se hacen muy sencillos ejercicios de proyecciones.

En el 1.er año del Liceo los alumnos pueden entrar en la sección clásica ó en la científica.

En la sección clásica del Liceo dos horas por semana se dedican a las matemáticas, y en el curso se incluye el estudio de enteros y fracciones comunes y decimales.

En la sección científica del Liceo tres horas semanales se dedican a la aritmética y una al dibujo geométrico. El estudio aritmético comprende las fracciones comunes y decimales, la regla de tres, problemas de interés y de aligación.

En el estudio del dibujo geométrico se enseña el empleo de la regla y del compás, y se hacen dibujos sencillos.

Alemania

Escuelas populares (Volksschule). — Los números concretos y fracciones son relacionados íntimamente y los alumnos hacen mucha práctica de cálculos con ellos. Se ejercitan las fracciones comunes y decimales en las cuatro operaciones y los alumnos aprenden a reducir una fracción común a decimal. En algunas escuelas los números decimales son estudiados como fracciones, y en otras se procede inversamente. Los problemas comprenden gran cantidad de cálculos con tiempo. En pocos Estados la multiplicación y división abreviadas se enseña experimentalmente.

Curso del Gimnasio. — El curso comprende el estudio de las fracciones comunes y decimales, la proporción simple, las pruebas de divisibilidad por los números dígitos, números primos, factores, máximo común divisor y mínimo común múltiplo y las aplicaciones de fracciones a la proporción simple.

La instrucción en geometría es de carácter propedéutico, e incluye el estudio de la línea recta, ángulos y triángulos. Se enseña a los alumnos el uso del compás y de la regla para hacer fáciles construcciones geométricas.

Curso del Gimnasio real. — Prácticamente es el mismo del Gimnasio. Se dedica mayor atención al estudio de los decimales. Tres horas semanales se consagran al estudio de las matemáticas.

Curso en la Escuela real superior. — El curso es el mismo del Gimnasio, pero se dedican cuatro horas semanales al estudio de la aritmética, dando mayor importancia a los ejercicios orales.

Holanda

El curso de aritmética comprende ejercicios y problemas sobre centenas, fracciones comunes y decimales; problemas sencillos de porcentaje; ganancias y pérdidas; elementos de las proporciones y el sistema métrico.

Hungría

Los alumnos que han completado su cuarto año escolar pueden continuar por dos años más en la Volksschule o pueden entrar en la Burgerschule, en el Gimnasio ó en la Escuela real.

El curso en la Volksschule es el mismo que en la Burgerschule: se dedican cuatro horas semanales al estudio de las matemáticas.

Se enseñan las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales. Numerosos problemas son basados sobre estadísticas escolares y urbanas. Se estudian las diversas unidades de medida y se resuelven problemas que comprenden cuestiones de tiempo, plazo, interés, basados en el uso de tablas de tiempo. Se trata de alentar la originalidad, la rapidez y la exactitud. Se usa ampliamente el método heurístico.

El estudio del dibujo geométrico comprende el uso de la regla y del compás; dibujos de objetos, el estudio de figuras planas y sólidas simples, así como de los diversos cuadriláteros, polígonos, triángulos, círculos y prismas rectos. Se enseña a los alumnos a hacer dibujos y ornatos fáciles.

Tres horas por semana generalmente se dedican al dibujo geométrico.

Curso en el Gimnasio y en la Escuela real. — El curso es prácticamente el indicado arriba. La instrucción matemática en general es más extensiva y más intensiva en la Escuela real que en el Gimnasio.

Italia

Los alumnos que han completado su cuarto año pueden continuar en la escuela elemental por dos años más, o pueden entrar en el gimnasio o en la escuela moderna.

El curso de matemáticas es prácticamente el mismo en todos los tipos de escuela. En el gimnasio una hora por semana es especialmente dedicada aparte para la aritmética práctica.

El curso en las escuelas comprende: las cuatro operaciones con enteros y fracciones comunes y decimales; el sistema métrico, aplicaciones comerciales, proporción simple, interés simple, descuento, pérdidas y ganancias, reglas para calcular superficies y volúmenes.

El curso de geometría comprende dibujo a pulso y la ejecución de construcciones geométricas sencillas y modelos.

Japón

El objeto principal del curso es enseñar el cálculo con números enteros, decimales y compuestos; preparar a los alumnos para la solución de problemas de aplicación, fáciles cálculos de medida y en el empleo del sistema mé-

trico, monedas inglesas y americanas y los sistemas de medida de ciertos países extranjeros.

Rumanía

El gimnasio empieza con el quinto año escolar. Se tratan las cuatro operaciones con enteros y fracciones comunes y decimales. Se enseña el sistema métrico y las pruebas de divisibilidad por números dígitos. Se enseña la regla de tres y se resuelven algunos problemas de interés simple. Los alumnos aprenden las reglas para medir los cuadriláteros, triángulos, círculos, paralelepípedos, pirámides, cilindros y conos. El curso comprende poca teoría.

Rusia

Curso del gimnasio.—Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas, dando bastante importancia a la teoría.

El curso comprende las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales; el sistema métrico; pruebas de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 y 15; el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.

El curso en la Escuela real es el mismo que se acaba de indicar, con igual número de horas semanales.

Suecia

El curso comprende las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales, reducción de fracciones, el sistema métrico y problemas sencillos de porcentaje.

El curso es prácticamente el mismo en el 2.º año de la Escuela real y en el 5.º año de la Escuela primaria.

Suiza

El alumno que ha completado el 4.º año escolar puede continuar en la Escuela primaria dos años más, o puede ingresar en la Escuela media. En ambas el curso de este año es prácticamente el mismo.

Cuatro horas semanales se dedican al estudio de la aritmética. Se enseñan las cuatro operaciones con enteros y con fracciones comunes y decimales, y la reducción de fracciones. Se estudian las ideas fundamentales de razón y proporción. Se resuelven problemas sencillos de porcentaje.

El estudio de geometría comprende el de las líneas, ángulos, cuadriláteros, triángulos, polígonos, círculos y medidas lineales y superficiales.

Estados Unidos

Curso de estudio de Nueva York.—Se enseña a los alumnos a leer y a escribir fracciones decimales y a reducir las comunes a decimales y recíprocamente. Se estudian las cuatro operaciones con decimales y las partes alícuotas comunes. Se repasan las tablas de medidas lineales, superficiales y cúbicas. Se hacen reducciones ascendentes y descendentes aplicando las tablas de pesas y medidas. Las medidas superficiales se aplican para obtener el área de cuadrados, triángulos, rectángulos y a problemas de pintura, empapelados y revoques. Las medidas cúbicas se aplican para obtener el volumen de sólidos rectangulares, capacidad de bodegas y cisternas y el costo de mamposterías. Muchos problemas se resuelven empleando el sistema de pesas y medidas aplicadas a cuerpos áridos y líquidos, monedas inglesas y medidas circulares y de tiempo.

Se resuelven muchos problemas sobre reducciones. Se enseña el valor del franco, libra y marco y de las monedas de los Estados Unidos. Se hacen ejercicios de cálculo aplicados a cuentas y facturas.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL QUINTO AÑO ESCOLAR

El trabajo del quinto año escolar en la mayor parte de los países europeos es por cierto más extensivo que en

la mayoría de las escuelas de los Estados Unidos. Es raro en este país que las ideas generales de porcentaje se introduzcan antas del sexto año escolar. En varios países europeos este estudio empieza durante el quinto año escolar. La proporciones raramente se tratan en este país durante el quinto año escolar, pero a menudo se consideran en el extranjero durante aquel año. Las pruebas de divisibilidad y los factores primos merecen mucha más atención en los países europeos que aquí.

El uso general del sistema métrico da al profesor europeo un excelente campo de aplicación para las fracciones decimales, y las dos materias están relacionadas estrechamente.

Las fracciones comunes y los números concretos están relacionados más estrechamente en la enseñanza europea que en la enseñanza corriente de los Estados Unidos.

Quizá la diferencia más marcada entre el estudio del quinto año norteamericano y el correspondiente europeo, se encuentra, en el mayor tiempo y más atención que en Europa se dedica al estudio propedéutico de la geometría. Con mucha frecuencia este estudio se hace en la materia de dibujo, y, cuando tal cosa ocurre, la aritmética y el dibujo son enseñados por el mismo profesor.

En general, puede afirmarse que el estudio del quinto año en las Escuelas europeas lleva bastante adelanto sobre el de las escuelas de los Estados Uunidos: los cursos del año indicado en aquellas escuelas comprenden todo lo que se enseña en el mismo año en las norteamericanas, y mucho más que en éstas no se enseña.

VII — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL SEXTO AÑO ESCOLAR

(Edad 11 a 12 años)

Austria

Curso del Gimnasio. — Se estudia el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. Se tratan los factores primos de grandes números y las reglas generales del cálculo de fracciones se extienden a la aplicación de numerosos problemas. Los alumnos aprenden a reducir las fracciones comunes a decimales y recíprocamente. Se estudia la proporción directa e inversa y una introducción del concepto de función.

Se usa ampliamente el método de reducción a la unidad. La mayor parte de los ejercicios diarios son de cálculo con números concretos y fracciones decimales. Se hacen cálculos sencillos de interés.

Geometría. — Se estudia intuitivamente la simetría de cuerpos sólidos y la congruencia de figuras planas. Se hacen ejercicios de medición dentro y fuera de la clase. Los alumnos aprenden a construir triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares y círculos. Se estudian las propiedades fundamentales del prisma recto, cilindro, cono y esfera. El estudio de la esfera está estrechamente relacionado con los ejercicios de geometría. El estudio del dibujo geométrico no es obligatorio en el Gimnasio.

Escuela real. — Se estudian las reglas más importantes de divisibilidad y descomposición en factores. Los alumnos aprenden como se obtiene el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números. Se enseñan y aplican todas las operaciones con las fracciones comunes y decimales, haciendo muchos ejercicios.

Se estudia las razones y proporciones como ejercicios del concepto de función. Se resuelven problemas de inte-

rés aplicando fórmulas y las proporciones. El ejercicio de geometría comprende el estudio de la simetría de figuras planas y sólidas y las construcciones fundamentales de geometría plana, la bisección de ángulos y el trazado de perpendiculares. Los alumnos aprenden cómo se construyen las varias clases de triángulos, cuadriláteros y polígonos. Se enseñan y se emplean en construcciones geométricas los términos cuerda, tangente y secante. Se hace un breve estudio de las propiedades fundamentales de pirámides, prismas, conos y esferas. Se considera también la simetría del triángulo equilátero. Se trata de familiarizar a los alumnos con los instrumentos de dibujo, haciendo sencillos ejercicios de construcciones geométricas y dibujos.

Tres horas semanales se dedican a la enseñanza de la aritmética y dos horas al dibujo geométrico. La enseñanza de ambas materias está a cargo del mismo profesor.

Gimnasio real. — El curso en el Gimnasio real es el mismo de la Escuela real, excepto que no prescribe horas particularmente para el estudio del dibujo geométrico.

Bélgica

Se hace una revisión completa de las cuatro operaciones con enteros, fracciones comunes y decimales, y se continúa el estudio de los caracteres de divisibilidad. Los alumnos aprenden a calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo, de dos o más números por el procedimiento de divisiones sucesivas. Se continúa el estudio del método de reducción a la unidad y se resuelven muchos problemas propuestos por los alumnos. Se da mucha importancia a los problemas prácticos. Se continúa el estudio de cuadriláteros, polígonos y círculo. Los alumnos aprenden a encontrar el volumen de prismas, cilindros, conos, pirámides y esferas. Se llama la atención sobre la relación entre las medidas de capacidad y las de volumen. Se da mucha importancia a

la aritmética oral, empleando los procedimientos abreviados. Se tiene constantemente en cuenta el fin utilitario de la aritmética, pero sin descuidar su estudio formal. Gran parte de la enseñanza de la geometría se da en conexión con los ejercicios del sistema métrico, dibujo e instrucción manual. Tres horas semanales se dedican a la aritmética.

Dinamarca

Los alumnos que han completado el 5.º año escolar pueden continuar por dos años más en la Folkeskole, o pueden entrar en la escuela intermedia.

Curso en la Folkeskole. — Se estudian las cuatro operaciones con las fracciones comunes y decimales. La multiplicación y división solamente se ejercitan con fáciles multiplicadores y divisores. Los alumnos aprenden a reducir fracciones comunes a decimales y recíprocamente. Se enseñan las razones y proporciones y muchos de los ejercicios se hacen con decimales. Se exponen las ideas fundamentales de porcentaje y los alumnos aprenden a calcular el interés simple. Se tratan las cuestiones de pérdidas y ganancias y sus aplicaciones. Se estudia intuitivamente la medida de todas las superficies planas.

El curso en la escuela intermedia es prácticamente el mismo que en la Folkeskole. Cuatro horas semanales se dedican a las matemáticas.

Inglaterra

Se presta considerable atención a las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales y a sus aplicaciones a números concretos. Se enseña el método de reducción a la unidad y se trata la simplificación de factores. Se enseña a los alumnos a encontrar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo por inspección. Los ejercicios de medición comprenden el área del

rectángulo y paralelógramo y el volumen de los más sencillos sólidos rectangulares. Se usan los calibres y cuñas graduadas para determinar los diámetros internos y externos. Se enseña el uso de la cinta de medir y las equivalencias de las medidas inglesas con las del sistema métrico. Se hallan las áreas de parques y terrenos públicos empleando papel cuadriculado. Se enseña a los alumnos a hacer cálculos sencillos de facturas y cuentas comerciales.

Los ejercicios de geometría comprenden lo siguiente: intersección de planos, estudio de la superficie y volumen del cono, cilindro, hemisferio, prisma. Se usan la plomada y el nivel. Se hace la bisección de líneas y ángulos por medio del compás y de papel plegado. Los alumnos por medio de cortes de círculo forman ángulos de 180, 90, 45, 22 $^1/_2$, 67 $^1/_2$, 157 $^1/_2$, 270, 315 y 330 grados. Se usa además el trasportador.

Se dan sencillos problemas sobre lugares geométricos, comprendiendo usualmente los siguientes:

a) El lugar de los puntos equidistantes de los extremos de una recta dada.

b) El lugar de los puntos equidistantes de tres puntos dados.

Los alumnos aprenden a inscribir y a circunscribir un círculo; aprenden a construir triángulos equiláteros e isósceles y a encontrar sus más importantes propiedades por medio de cortes y plegados, empleando papel. Se usa la escuadra para construir paralelas y paralelógramos. Se enseña a trazar la perpendicular desde un punto a una recta.

Finlandia

Se continúa el estudio de las fracciones comunes y decimales. Se enseñan las proporciones simples y compuestas. Se estudian las cuestiones de porcentaje. Las ecuaciones algebraicas se empiezan a tratar en conexión con los ejercicios de aritmética.

Francia

Escuela primaria superior. — En algunas escuelas, el 6.º año escolar es el último primario superior: en otras se da un año adicional. Se enseñan las razones y proporciones, estudiando las variaciones directas é inversas. Se hacen muchos ejercicios de cálculos orales y escritos.

Las ideas elementales de cálculo algebraico se aplican á números positivos y negativos, y se incluyen en el curso problemas sencillos de multiplicación y división de polinomíos. Se resuelven ecuaciones simples de primer grado y se hacen aplicaciones del álgebra a problemas aritméticos. Se proponen ecuaciones muy fáciles de 2.º grado Se enseñan los principios de las progresiones aritméticas y geométricas y los alumnos aprenden el uso de las tablas de logaritmos de 4 ó 5 decimales: esas tablas se emplean en cálculos de interés, progresiones y anualidades.

Geometría. — El curso comprende el estudio de las líneas proporcionales y figuras semejantes. Se da mucha importancia a las construcciones gráficas. Los alumnos aprenden a dividir líneas en partes proporcionales, y a obtener la media y la cuarta proporcional. Se enseña el procedimiento para construir un triángulo y un polígono semejante a otros dados. Se estudian los polígonos regulares, incluyendo el triángulo equilátero, el cuadrado, pentágano y exágono. Se enseña la medida de la circunferencia y los alumnos aprenden a obtener aproximadamente el valor de π (pi).

Se enseñan las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente y se usan algunas fórmulas sencillas. Los alumnos se familiarizan con los términos ángulo diedro, triedro y poliedro. La geometría de Euclides ha sido abandonada en algunas escuelas, empleándose el método de Meray. Tres horas semanales se dedican a las construcciones geométricas y al dibujo.

En varios tipos especiales de escuelas, como las de agricultura, industriales y comerciales, las matemáticas están estrechamente relacionadas con las materias de la escuela.

Liceo. — En el Liceo clásico dos horas semanales se dedican a la aritmética, y cuatro en la sección de lenguas modernas: una de esas horas generalmente se dedica al dibujo geométrico. El curso de aritmética comprende el sistema métrico, medidas de tiempo y velocidad, la regla de tres, algunas generalidades aritméticas y simples fórmulas.

El curso de álgebra comprende algunos problemas sencillos aplicando ecuaciones de primer grado.

En ambas secciones liceales se atribuye gran importancia al dibujo geométrico. El curso de esta materia comprende la representación geométrica, el dibujo de perspectiva de los sólidos geométricos comunes y de numerosos objetos usuales. Se dibujan algunos ornatos. Por medio de la regla y el compás se hacen algunos dibujos de arquitectura.

Alemania

Volksschule. — Se hacen cálculos y ejercicios con enteros continuando las fracciones comunes y decimales. Se resuelven numerosos problemas relativos a precios, comparaciones de valores de monedas y cálculos sobre ganancias y pérdidas. Se enseñan las operaciones de cambios y se dedica alguna atención a la aligación simple. Se estudia el interés simple y el descuento. Se estudian las razones. Se resuelven numerosos problemas relativos a gastos y costo aproximado.

Geometría.—Los estudios serios de geometría empiezan en el sexto año escolar. Se enseña a los alumnos a apreciar aproximadamente la longitud de líneas rectas, el costo de cercos, rieles, borduras, etc. Se enseña el significado de los términos ángulo, vértice, recto, agudo,

obtuso, vertical, adyacente. Los alumnos miden ángulos por medio del trasportador. Se demuestra intuitivamente la congruencia de los triángulos, y el teorema de la suma de los ángulos de un triángulo. Los alumnos aprenden a calcular las áreas de los triángulos y de las varias clases de cuadriláteros. Se dedica alguna atención al estudio del círculo. Se enseña a trazar paralelas y perpendiculares y los alumnos aprenden a construir las varias clases de triángulos y cuadriláteros. Estas construcciones se hacen con cuidado y se disponen ordenadamente en buenos cuadernos.

Gimnasio.—El curso de aritmética en el Gimnasio comprende la multiplicación y división de fracciones decimales y la reducción de las comunes a decimales y viceversa. Se dedica especial atención a los cálculos abreviados. Se enseña la proporción y se resuelven muchos problemas referentes a los diferentes pesos y medidas. Se tratan las cuestiones de interés simple y porcentajes. Generalmente se hacen todos los días ejercicios de aritmética oral. El curso de Geometría es el mismo de la Escuela real superior, el cual se indica en seguida.

En el Gimnasio real se dedican al estudio de las matemáticas de tres a seis horas semanales: el curso es el mismo que en el Gimnasio clásico.

En la Escuela real generalmente se dedican cuatro horas semanales a la aritmética y dos a la geometría. Prácticamente el curso es el mismo que en la Escuela real superior.

Escuela real superior.—El tiempo dedicado a las matemáticas varía, pero generalmente es de cinco a seis horas semanales.

El curso de aritmética es prácticamente el mismo que en el Gimnasio. Se dedica especial atención a los cálculos de descuento y prácticas de escritorio. Se hacen algunos ejercicios sobre el empleo de las letras en la solución de problemas aritméticos.

Geometría.—Se trata de familiarizar a los alumnos con

los conceptos fundamentales del plano y formas de los cuerpos. En el curso se practican muchos ejercicios con la regla, el compás y el trasportador. Se proponen problemas sencillos sobre las superficies y volúmenes. Los alumnos aprenden a construir triángulos, dados los datos necesarios. Se demuestran intuitivamente los teoremas sobre la congruencia de los triángulos. Se dedica especial atención al estudio de los triángulos, rectángulos, isósceles y equiláteros, y al volumen de los paralelepípedos y prismas rectos. Se consideran además las propiedades del círculo y se exponen ideas elementales sobre los lugares geométricos. Allí no se hace distinción entre la geometría plana y la del espacio porque la enseñanza de la asignatura es propedéutica. Generalmente se dedican dos horas semanales a la geometría.

Holanda

El sexto año es el último de la escuela primaria. Se hace un repaso general de la aritmética estudiada en los años anteriores, con numerosas aplicaciones prácticas. Los alumnos aprenden a calcular superficies y volúmenes de sólidos sencillos. Se trata el método de reducción a la unidad. El contenido de este curso es muy semejante al del correspondiente año escolar de Bélgica.

Hungría

El sexto año escolar es el último de la Volksschule. El curso de la Volksschule y de la Bürgerschule comprende el estudio de las operaciones fundamentales con las fracciones comunes y decimales. Se hacen cortas divisiones y se resuelven numerosos problemas sobre estadísticas del hogar, de la ciudad, de la agricultura y de las industrias. Generalmente se dedican a la materia dos horas por semana.

Gimnasio. — Se enseña la multiplicación y división abre-

viadas, haciéndose principalmente ejercicios con divisiones cortas. Se estudian las razones y proporciones y se resuelven muchos problemas de porcentajes basados en condiciones económicas. Generalmente se dedican cuatro horas por semana a la aritmética.

El curso de geometría comprende el estudio de cubos, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas. Los alumnos determinan las superficies y calculan las áreas correspondientes de cubos, pirámides, conos y esferas y hacen modelos de todos esos sólidos.

Escuela real — Generalmente se dedican 4 horas semanales a la aritmética y otras 4 al dibujo geométrico. Los cursos de ambas materias son prácticamente los mismos que en el Gimnasio.

Italia

El 6.º año escolar es el último de la escuela elemental. Se enseña el método de reducción a la unidad y las proporciones simples y compuestas. Se dedica especial atención a la aritmética comercial. Se proponen numerosos problemas sobre las diversas monedas. Se hace una revisión general de las reglas y principios estudiados en los años precedentes. Los alumnos aprenden el uso de la regla y del compás y se demuestran intuitivamente muchos teoremas de geometría.

Japón

El 6.º año es el último de las escuelas primarias comunes. El fin principal del curso es hacer cálculos simples con fracciones comunes y decimales, ejercitar las razones y porcentajes, y dar un repaso general de la aritmética estudiada en los años precedentes. Este repaso se da en la última parte del año.

Rumania

El curso de aritmética comprende las cuatro operaciones con enteros y fracciones comunes y decimales.

El sistema métrico, las potencias y divisores y las razones constituyen la base de la enseñanza en el curso.

Se consideran especialmente en el 6.º año escolar las aplicaciones del sistema métrico.

El curso de geometría comprende el estudio intuitivo de ángulos, triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelas y perpendiculares. Se emplea el método heurístico y se hallan muchos de los teoremas que preceden la teoría de las figuras semejantes en geometría. Se dedica bastante atención a las construcciones sencillas de geometría.

Rusia

Se estudian las razones y proporciones simples y compuestas. Generalmente se dedican 4 horas semanales a la aritmética.

El curso de álgebra comprende la solución de problemas aritméticos simples por medio de letras, las reglas de los signos, las cuatro operaciones con monomios y fáciles ejercicios con polinomíos.

Escuela real—Se enseña la proporción directa e inversa, la proporción compuesta, los porcentajes y sus aplicaciones prácticas y la regla de aligación. Se da repaso general a la aritmética.

El curso de álgebra comprende la materia desarrollada en el Gimnasio y además cuadrado y cubo de binomios de los tipos $(\alpha \pm \beta)^2$, $(\alpha \pm \beta)^3$ y ecuaciones fáciles de primer grado.

Suecia

El 6.o año escolar es el último de la escuela primaria. Aritmética y geometría se correlacionan íntimamente. Se

da importancia en aritmética a los cálculos rápidos y exactos con enteros, fracciones comunes y decimales y a sus aplicaciones directas. Generalmente se dedican a la aritmética de cinco a seis horas semanales.

Escuela real. — El curso de aritmética comprende las cuatro operaciones con enteros, fracciones comunes y decimales, razones y proporciones, porcentajes y sus aplicaciones, y el sistema métrico. Generalmente se tratan las proporciones en conexión con simples problemas de geometría.

El curso de álgebra comprende la eliminación de paréntesis, factores fáciles y sencillas reducciones.

El curso de geometría es propedéutico y comprende mediciones y simples construcciones. Cinco horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas.

Suiza

El 6.º año escolar es el último de la escuela primaria. El alumno debe completar el estudio de la escuela primaria antes de poder entrar al Gimnasio.

El curso de aritmética comprende la revisión de las cuatro operaciones con enteros, fracciones comunes y decimales, las aplicaciones de porcentaje al comercio y aplicaciones de las proporciones a fáciles problemas de geometría.

El curso de geometría comprende el estudio intuitivo del triángulo, rombo, romboide y trapecio.

Estados Unidos

Curso del Estado de Nueva York. — Se repasan las fracciones comunes, dando especial importancia a los tres problemas siguientes:

a) Encontrar la parte fraccional de un número.

b) Encontrar que parte fraccional de un número es otro dado.

c) Dada la parte fraccional de un número y su relación con él, hallar ese número.

Se repasan los números concretos. Se proponen ejercicios sobre problemas industriales, indicando su empleo. Se tratan las cuestiones de porcentaje, aplicándolas a pérdidas y ganancias, descuentos comerciales, comisiones, interés simple en que tres de sus elementos principales, siendo dados, se quiera conocer el cuarto. Se enseñan las ecuaciones de primer grado, y se aplican a la solución de diversos problemas.

En algunas escuelas del país el curso comprende, sobre lo expuesto, arreglo de cuentas sencillas, redacción y recepción de notas o facturas y algunas mediciones sencillas. Esas medidas se hacen generalmente en conexión con el estudio de los números concretos.

En muchas escuelas se destinan diariamente ejercicios para los cálculos orales.

SUMARIO GENERAL DEL ESTUDIO DEL SEXTO AÑO

Prácticamente, en todos los países europeos el curso de matemáticas está realmente más adelantado que en los Estados Unidos.

En muchos países el sexto año escolar es el último de la enseñanza primaria.

Los cursos europeos incluyen, además de lo que se da en el correspondiente año escolar de los Estados Unidos, muchas cuestiones no incluídas en los cursos de este país.

Un contraste marcado que se observa, comparando los estudios norteamericanos con los europeos, es la importancia que en éstos se da al concepto de función. Esta parte de la enseñanza se recalca principalmente en las escuelas de Alemania, Austria y Hungría, pero, además, tiene importancia en otros países. En algunos países el concepto de función se considera en relación con las

mediciones o trabajos gráficos; en otros se empieza a considerar en el estudio de las proporciones directas e inversas. La tendencia, en Europa, es de ensanchar aun más la importancia que ya se da a la noción de función.

Otro contraste que se observa entre la enseñanza de los Estados Unidos y la de los países de Europa, es la importancia que en éstos se da al estudio propedéutico de la geometría. En los cursos europeos, casi sin excepción, se hace el estudio de la geometría intuitiva o de observación: el tiempo dedicado a este estudio varía; pero la importancia que se le atribuye está demostrada por la prevalencia general que se le da. En diversos países se recomienda el estudio del dibujo geométrico: los alumnos aprenden el manejo de la regla, la escuadra, el trasportador y compás en la ejecución de las construcciones geométricas más sencillas. Este trabajo se relaciona estrechamente con el estudio de la geometría intuitiva, estando generalmente las clases a cargo del mismo profesor. En Alemania el estudio sistemático y serio de la geometría empieza en el sexto año escolar. En Alemania y en Inglaterra se inicia en este año el estudio de problemas fáciles sobre lugares geométricos.

Los métodos cortos y los procedimientos abreviados de cálculo se recalcan más en Europa que en los Estados Unidos: esto ocurre principalmente en Austria, Bélgica, Alemania y Hungría.

La regla de aligación se enseña en algunos países como Alemania y Rusia, figurando pocas veces en la enseñanza norteamericana.

Las ideas elementales de álgebra y de cálculo algebraico se inician, en diversos países europeos, en el sexto año escolar, por ejemplo, en Francia, Rusia y Suecia.

El tiempo dedicado al estudio de las matemáticas en los países europeos, es, aproximadamente, el mismo que en los Estados Unidos, siendo en algunos de aquéllos algo mayor si se considera el curso de dibujo como una parte del curso de matemáticas.

VIII. — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 7.º AÑO ESCOLAR

Austria

El 7.º año escolar es el 2.º de la Burgerschule y el 3.º del Gimnasio, Gimnasio real y Escuela real.

En el curso de la Burgerschule se dedican a las matemáticas cinco horas por semana, siendo de ellas, tres para la aritmética, una para la geometría intuitiva y una para el dibujo geométrico.

Se enseña a los alumnos a encontrar el máximo común divisor, y el mínimo común múltiplo de dos o más números. Se completa el estudio de las fracciones comunes, y se estudia la reducción de fracciones comunes a decimales. Se aplican las fracciones a la proporción directa e inversa, y se da la noción de función. Se resuelven algunos problemas simples de interés.

Se exponen las ideas fundamentales de planimetría. Los alumnos aprenden a dividir ángulos y ciertas figuras regulares en dos partes iguales. Se ofrece la idea de simetría de ciertas figuras planas y se hace un estudio especial de triángulos, cuadriláteros, polígonos y círculos. Se aplican las fórmulas para el cálculo de la superficie y del volumen, de una pirámide, de un prisma, de un cono, de un cilindro y una esfera. El estudio de la esfera se hace en correlación con los ejercicios de geometría. Los ejercicios de construcciones geométricas comprenden el dibujo de ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos y algunos solidos sencillos.

Gimnasio y Gimnasio real. — Se hace un repaso comprensivo de lo estudiado en aritmética en los años anteriores.

Se estudian las reglas expresadas por palabras y por medio de letras y se hacen simples transformaciones de fórmulas. Se enseña a los alumnos el uso de los paréntesis y las sustituciones numéricas en fórmulas y ecuaciones. Se tratan las ideas sobre los números negativos.

El curso de geometría comprende el cálculo de superficies simples y volúmenes de prismas rectos, cilindro, pirámide y cono. Los alumnos hacen frecuentes mediciones dentro y fuera de la clase. Se expone el teorema de Pitágoras y se aplica a figuras planas y sólidas. Se enseñan, sin demostrarlas, los fórmulas para el cálculo de la superficie y volumen de la esfera. Se dedica mucha atención a las figuras semejantes, aplicándolas como medio de ampliación y reducción. Los alumnos dibujan muchas figuras a escala. La enseñanza de la aritmética y de la geometría se hace muy estrechamente correlacionada.

Se enseña a los alumnos la representación gráfica de las cuatro operaciones y de

$$(a+b)^2,\ (a-b)^2,\ (a+b),\ (a-b)\ \text{y}\ (a+b)^3$$

Se dedica mucha atención a los cálculos abreviados y aproximados, y se ejercita la raíz cuadrada y la raíz cúbica. Se enseña a los alumnos a obtener los resultados de cálculos aproximados por medidas y pesadas. Se trata continuamente de dar la idea de función. Se estudian algunas ecuaciones sencillas. Puede estudiarse el dibujo geométrico, pero no es obligatorio, si bien es exigido en algunos Gimnasios reales.

Escuela real. — Tres horas por semana se dedican generalmente a las matemáticas y dos al dibujo geométrico. Generalmente el dibujo es enseñado por el profesor de matemáticas y es considerado como decididamente ventajoso. La aritmética siempre es enseñada en estrecha relación con la geometría.

Se proponen cálculos aproximados de decimales y se aplican a la obtención de superficies y volúmenes. Los alumnos miden aproximadamente varios objetos, distancias y alturas usando esas medidas como datos del problema. Se enseña la aritmética general y se hace un estudio sumario del curso hecho en los años precedentes.

Se estudian reglas expresadas en palabras y por letras y los alumnos aprenden a generalizar en todo lo posible.

Se da importancia a las transformaciones en los cálculos. Se enseña el significado y aplicación de los términos coeficiente, potencia y exponente. Los alumnos aprenden las reglas del cuadrado y cubo de un binomio y su representación gráfica. Se hace también la representación gráfica de raíces. Se presenta la idea de número negativo y se enseñan las cuatro operaciones con números algebráicos.

El curso de geometría es completamente semejante al del Gimnasio. Los alumnos aprenden las leyes fundamentales relativas a las áreas y volúmenes. La idea de función es especialmente considerada durante este curso escolar.

Las figuras se dibujan generalmente y sus resultados son frecuentemente expresados por pesadas. El curso de dibujo geométrico se refiere principalmente a medidas y transformaciones de áreas. Se hacen algunas aplicaciones a las formas decorativas usando círculos y arcos.

Bélgica

El 7.º año escolar es el 1.º de la Escuela media y del Ateneo real.

Curso de la Escuela media. — Se exponen las cuatro operaciones fundamentales con enteros y fracciones comunes y decimales, y se ejercitan ampliamente por medio de ejercicios. Los alumnos estudian las pruebas de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 25 y 125: se usa la prueba del 9 para comprobar la multiplicación y la división. Se halla el máximo común divisor de dos números por divisiones sucesivas. Se estudian las alteraciones que se producen en una fracción común, sumando y restando a ambos términos un mismo número, y multiplicándolos y dividiéndolos por un mismo número. Se dedica gran atención al sistema legal de pesas y medidas, aplicando

el método de reducción a la unidad se resuelven numerosos problemas sobre la regla de tres, interés simple, pérdidas y ganancias y comisiones.

Geometría. — Se exponen a los alumnos los conceptos fundamentales de la geometría y se les induce a descubrir las condiciones en que dos triángulos son congruentes: se desarrolla además, el teorema sobre la suma de los ángulos de un triángulo. Se estudian las principales propiedades de los triángulos y cuadriláteros.

Ateneo real. — Los mismos cursos se ofrecen en la escuela clásica y en la de lenguas modernas. Se exponen las operaciones con enteros y fracciones comunes y decimales, con ejercicios correspondientes. Se enseñan las pruebas de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9 y 11 sin de mostración. Se enseña el método para reducir una frac ción común a decimal y los diversos principios de las fracciones comunes, sin demostración. Sólo se emplean como denominadores números pequeños. Se continúa el estudio del sistema métrico decimal.

Dinamarca

El 7.º año escolar es el ultimo de la Folkescole y el 2.º de la escuela intermedia o Mellemskole.

En la Folkescole se dedica a las matemáticas cuatro horas semanales. Se continúa el estudio de las proporciones y se aplican los cálculos de porcentaje a ganancias y pérdidas. Se hace un estudio comparativo de las monedas extranjeras.

Geometría. — El curso de la geometría comprende el estudio de triángulos, cuadriláteros y círculos. Los alumnos aprenden a calcular el volumen de prismas rectos y cilindros, dando las alturas y las bases respectivas. Se hacen dibujos y modelos de figuras planas y de sólidos geométricos. En lugar de hacer esos dibujos, las niñas aprenden las reglas elementales de la contabilidad simple.

Escuela intermedia. — Se dedica a las matemáticas cinco

horas por semana. Se hacen casi diariamente ejercicios de aritmética oral. Se estudian las proporciones simples y compuestas, cálculos de porcentaje, interés simple, reparticiones proporcionales, contabilidad simple y mediciones fáciles. Generalmente la geometría se estudia antes que el álgebra. Una o dos horas por semana se dedican al estudio de la geometría intuitiva o de observación. Se estudian las principales propiedades de las líneas rectas y planos, la medida de los ángulos, la congruencia y semejanza de los triángulos y las principales propiedades de los cuadriláteros y del círculo.

Inglaterra

Se repasan las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales, y en pocas escuelas se enseñan algunos principios relativos a las fracciones decimales periódicas. Se resuelven numerosos problemas por el método de reducción a la unidad. Los alumnos hacen mucha práctica en el dibujo, y ejercicios de aplicación comercial. Se enseña el cálculo del interés simple, y se aplican fórmulas en la resolución de numerosos problemas. Las aplicaciones de porcentaje incluyen ganancias y pérdidas, descuentos e impuestos. Se proponen algunos problemas fáciles generalizando la aritmética: se expresan muchas reglas por medio de letras. Se introduce la ecuación algebraica, resolviendo casos fáciles. Se enseñan además sustituciones simples, explicando brevemente el sentido y empleo de los números negativos. Se enseña a los alumnos el uso de cintas de medida divididas en centímetros y milímetros. Se encuentran los volúmenes por el empleo de blocks cúbicos, por vasijas graduadas, y por vaciamiento o desplazamiento.

Se derivan las reglas para la medida de las varias clases de triángulos, de rombos y romboides. Se usa mucho el papel cuadriculado para encontrar el área de figuras irregulares. Se determina la relación entre la longi-

tud de la circunferencia y su diámetro. Los alumnos representan gráficamente datos estadísticos, tales como asistencia a la escuela, temperatura, precios, etc.

El estudio de la geometría comprende la investigación de lugares geométricos de puntos equidistantes de un punto dado, el lugar de un punto dado a una distancia determinada de una recta dada y el lugar geométrico de los puntos equidistantes de tres puntos dados. Los alumnos demuestran de varios modos que la suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a 180 grados. Se deduce la relación entre los ángulos interiores y los exteriores del triángulo, y se enseña el método para dividir una recta en un número dado de partes iguales, o en partes que tengan una relación dada. Por medio de superposiciones se demuestra la igualdad de triángulos. Se dedica alguna atención al estudio del círculo y de cuadrados inscritos y circunscritos.

Finlandia

El 7.º año escolar es el último de la escuela primaria. De una a dos horas se dedican semanalmente a la aritmética. Se revé el estudio de la materia hecho en los años anteriores, y se estudian las proporciones y reglas de descuento. Se empieza en el liceo el estudio del álgebra.

Francia

En algunas escuelas primarias superiores sólo llegan los estudios hasta el 6.º año; en otras hay un año adicional que corresponde al 7.º. El 7.º año escolar es el mismo que el 3.er año del primer ciclo del Liceo.

PRIMARIA SUPERIOR. — En vista de los exámenes se hace una revisión comprensiva de las mátemáticas estudiadas en los años anteriores.

Geometría. — Los alumnos aprenden a calcular áreas

de rectángulos, paralelógramos, triángulos, trapezoides, polígonos, círculos, sectores y segmentos de círculo. Se hacen comparaciones de áreas de polígonos semejantes y se desarrollan las fórmulas para obtener los volúmenes de prismas, pirámides, del tronco de pirámide. Se comparan los volúmenes de poliedros semejantes. Se desarrollan las fórmulas para obtener el volumen del cilindro, cono y tronco de cono.

Se enseñan las reglas para encontrar la superficie y el volumen de la esfera, y la superficie de una zona. Se dan nociones sobre las ideas fundamentales de geometría descriptiva y de rotaciones.

Se dedican al dibujo geométrico tres horas por semana. El curso es una revisión y una breve ampliación del de los años anteriores.

LICEO CLÁSICO. — Dos horas por semana se dedican a la aritmética. El curso comprende descomposición en factores, caracteres de divisibilidad, números primos, proporciones y raíz cuadrada.

Geometría. — Se usan la regla, la escuadra, el compás y el transportador. Se estudia la línea recta, ángulos, triángulos, cuadriláteros, círculos, cuerdas, arcos y tangentes. Se desarrolla intuitivamente la congruencia de triángulos, y los teoremas sobre las sumas de los ángulos de un triángulo y de un polígono. Se hacen construcciones elementales sobre las líneas rectas y el círculo y repetidos ejercicios de medida de ángulos. No se enseña el dibujo geométrico.

Liceo lenguas modernas. — Cuatro horas semanales se dedican a las matemáticas y una al dibujo geométrico.

El curso de aritmética comprende el estudio de fracciones, la extracción de la raíz cuadrada, progresiones y las aplicaciones comerciales de los porcentajes.

Geometría. — Los alumnos aprenden a dividir una recta en partes proporcionales a números dados. Se estudian los triángulos semejantes y las definiciones de seno, coseno y tangente. Se usa ampliamente el pantógrafo en

conexión con el estudio de los polígonos semejantes. Se construyen cuartas proporcionales y medias proporcionales. Se estudian los polígonos regulares y las fórmulas para calcular las áreas del rectángulo, paralelógramo, triángulo, trapezoide y polígono. Se comparan las áreas de polígonos semejantes y se calcula el área del círculo. Se construyen algunas curvas simples, tales como la cisoide y la conchoide. El curso de dibujo geométrico es prácticamente el mismo que en el 6.º año escolar, con el agregado del trazado a pluma.

Alemania

El 7.º año escolar es el 4.º de la Bürgerschule, Gimnasio, Gimnasio real y Escuela superior.

El curso de la Volksschule comprende intereses simples, ganancias y pérdidas, descuento comercial, reparticiones proporcionales y aligación. En geometría se estudia el triángulo, el rectángulo y los cuadriláteros, círculos, cubos, prismas, pirámides y conos. Se dedica mucha atención a mediciones y al dibujo. Se usa ampliamente el dibujo sobre tablero.

Gimnasio y Gimnasio real.—La tercera parte del tiempo se dedica a la aritmética y casi dos terceras partes a la geometría. Solamente una pequeña parte del tiempo se emplea en el álgebra.

El curso de aritmética comprende intereses, quiebras y aligación. Se enseña la adición, sustracción, multiplicación y división algebraicas y las propiedades fundamentales de las ecuaciones de primer grado. La instrucción de geometría es propedéutica y comprende la construcción de figuras planas y el estudio de la congruencia de triángulos, las propiedades del círculo, cuerdas y ángulos. Se dedica alguna atención al dibujo geométrico.

Escuela real y Escuela real superior. — Generalmente se dedican dos horas a la aritmética y álgebra y dos a la geometría. El curso de aritmética comprende cálculos prác-

ticos comerciales y procedimientos de cálculos abreviados. Se estudia en álgebra la ecuación de primer grado. Se inicia el estudio de números positivos y negativos y se considera la idea de función.

El curso de geometría comprende el estudio de triángulos, cuadriláteros y polígonos, considerando con especialidad el estudio de las figuras semejantes. Se exponen ampliamente las propiedades del círculo y los alumnos se ejercitan en la investigación de las reglas para calcular las áreas de las figuras planas.

Holanda

El 7.º año escolar es el 1.º de la Escuela media y del Gimnasio. La Escuela media de Amsterdam tiene nn curso de cinco años. En matemáticas se dan seis leccíones semanales de 50 minutos cada una. Se hace una revisión de las operaciones fundamentales con enteros y fracciones ordinarias y decimales. Se estudian los caracteres de divisibilidad, m. c. d. y m. c. m., dedicando alguna atención a las fracciones decimales periódicas. La instrucción en álgebra se da estrechamente relacionada con la aritmética.

Se estudian las ecuaciones simples de 1.er grado con cortos casos de multiplicación, y se hacen ejercicios fáciles de descomposición en factores. La geometría se estudia intuitivamente. El curso comprende el estudio de las propiedades elementales de los ángulos formados por paralelas interceptadas por una transversal; y las propiedades de los triángulos, cuadriláteros y polígonos.

Gimnasio. — Cuatro horas semanales se dedican a las matemáticas. Generalmente se da una hora de aritmética, dos de álgebra y una de geometría. Todos los alumnos siguen el mismo curso de matemáticas desde el 1.º al 4.º año del Gimnasio. Se hace una revisión de las operaciones fundamentales con enteros y fracciones comunes y decimales. Se enseñan las cuatro operaciones

algebraicas y ecuaciones. La enseñanza de la geometría es propedéutica.

Hungría

El 7.º año escolar es el 3.º de la Bürgerschule, Gimnasio y Escuela real. En la Bürgerschule generalmente se dedican seis horas semanales a las matemáticas. El curso comprende el estudio de casos simples de proporción, cálculos fáciles de porcentaje, ejercicios simples de física y de aligación. Se dedica alguna atención a la geometría y al dibujo a pulso.

Gimnasio y Escuela real. — Tres horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas y dos horas al dibujo geométrico. El curso de aritmética comprende la aplicación de los porcentajes, proporciones simples y compuestas, ganancias y pérdidas, redacción y cálculo de facturas y la solución de numerosos problemas basados en las transacciones comerciales del país. Especial atención se dedica a los ahorros bancarios. El curso de dibujo geométrico comprende la construcción de figuras planas, la reducción y ampliación de figuras y la ejecución de dibujos.

Italia

El 7.º año escolar es el tercer año del Gimnasio y del Liceo moderno.

Generalmente se dedica una hora semanal al estudio práctico de la aritmética. Se enseña dibujo geométrico y la geometría intuitiva. El curso de álgebra comprende la introducción formal del cálculo literal y el estudio de las cuatro operaciones fundamentales. El curso de geometría comprende las principales definiciones y postulados de la geometría formal: la relación de posición de perpendiculares, paralelas, líneas rectas y planos; la construcción de ángulos triedros, paralelógramos, polígonos y poliedros regulares.

Japón

El 7.º año escolar es el primer año de la primaria superior y de la Escuela media.

La instrucción en la Escuela elemental superior consiste en el estudio más intensivo del que de la misma materia se hace en la Escuela elemental, con el agregado de las razones y proporciones.

En el primer año de la elemental superior se estudian las fracciones, porcentajes y razones y proporciones.

Escuela media. — Cuatro horas semanales se dedican a las matemáticas. El curso comprende el estudio de la numeración, notación, números enteros, fracciones comunes y decimales, números complejos, caracteres de divisibilidad, números primos, factores, m. c. d., m. c. m. y razones y proporciones.

Rumania

El 7.º año escolar es el 3.º del Gimnasio. Los alumnos estudian los caracteres de divisibilidad, el m. c. d. y el m. c. m. Se hace una revisión comprensiva de las fracciones comunes y decimales; y se estudia también la raíz cuadrada, razones y proporciones, interés y teneduría de libros por partida doble.

El curso de geometría comprende el estudio de la semejanza de triángulos y polígonos, polígonos regulares y las fórmulas para calcular las áreas de las figuras planas comunes. La geometría se estudia intuitivamente.

Rusia

El 7.º año escolar es el 4.º de la Escuela real y del Gimnasio. El curso en ambos tipos de Escuela es prácticamente el mismo. Cuatro horas se dedican al estudio de las matemáticas, siendo dos para el álgebra y dos

para la geometría. Los alumnos estudian las operaciones con polinomíos, fracciones simples, números negativos, ecuaciones simples con una o más incógnitas, potencias y raíces y la teoría de las proporciones.

El curso de geometría comprende el estudio de la recta, ángulos, paralelas, triángulos, cuadriláteros, polígonos, círculo y las construcciones fundamentales. Resuelven gran número de ejercicios numéricos.

Suecia

El 7.º año escolar es el 4.º de la Escuela real. Cinco horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas: dos horas para la aritmética, una para el álgebra y dos para la geometría. La instrucción es completamente práctica. Se estudian las aplicaciones de los porcentajes y la teneduría de libros por partida simple. Los alumnos estudian solamente los elementos de álgebra necesarios para la resolución de las ecuaciones de primer grado y la descomposición en factores en casos sencillos.

El curso de geometría comprende construcciones de triángulos y cuadriláteros y las aplicaciones de la geometría a la física. Se da la enseñanza de la geometría en estrecha relación con la del dibujo.

Suiza

El 7.º año escolar es el 3.º de la Escuela media y el 1.º del Gimnasio.

En el Gimnasio se dedican generalmente cuatro horas por semana a la aritmética y al álgebra y una a la geometría. Se hace una revisión, ampliándola, del estudio de los años anteriores. Se complementa el estudio de las fracciones comunes y decimales y se estudian las aplicaciones de los porcentajes a ganancias y pérdidas y al interés. El curso también comprende el estudio de la regla de aligación, raíz cuadrada, cálculos abreviados y monedas extranjeras.

El curso de geometría comprende el uso de la regla y compás para aplicarlos a construcciones simples. Se establece intuitivamente la congruencia de los triángulos, y se dedica especial atención a las mediciones y al dibujo.

Estados Unidos

(Curso del Estado de Nueva York). — Se supone que los alumnos que han completado el estudio de los seis años escolares anteriores pueden razonablemente leer grandes números a simple vista y escribirlos rápidamente al dictado, ejecutar las operaciones fundamentales de la aritmética con rapidez y exactitud, razonar prontamente y explicar problemas simples, calcular sin titubear con las fracciones comunes y decimales y comprender los principios fundamentales del porcentaje y sus aplicaciones.

Durante el 7.º año escolar se dedica mucha atención a los ejercicios orales para obtener resultados aproximados. La actividad diaria de los alumnos es investigar espontáneamente haciendo la aritmética interesante, informativa y práctica.

Se estudian los intereses simples, incluyendo documentos comerciales y se proponen ejercicios orales, descuentos bancarios e intereses compuestos: para el cálculo de intereses compuestos se emplean tablas. Los alumnos aprenden lo relativo a depósitos de dinero y descuentos bancarios.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL SÉPTIMO AÑO

En todos los países europeos, indudablemente, el curso de matemáticas está más adelantado qne en los Estados Unidos.

En casi todos los países extranjeros el estudio de la geometría intuitiva o de observación se recalca durante el séptimo año escolar. Esto ocurre también en algunas Escuelas de los Estados Unidos, pero es la excepción más bien que la regla. En algunas Escuelas del extran-

jero las ideas más elementales de la trigonometría se exponen relacionándolas con el estudio de figuras semejantes.

Los alumnos en el extranjero hacen muchos ejercicios de construcciones geométricas, de dibujos según escala, de reducir y ampliar figuras. En algunas Escuelas se emplea el pantógrafo y el planímetro. El papel cuadriculado se emplea mucho en Inglaterra y en cierto grado, en muchos otros países. En Austria, Francia, Alemania, Hungría, Italia y en Suecia se dedica especial atención a la enseñanza de los elementos del dibujo geométrico.

La geometría y la aritmética tienen una correlación muy estrecha en la enseñanza. En Inglaterra se recalca el estudio de la geometría durante este año escolar más que en cualquier otro país.

En los Estados Unidos probablemente se da más importancia a unas cuantas aplicaciones de porcentaje, pero varios temas de aritmética a los que no se presta mucha atención aquí, son tratados en el extranjero. La regla de aligación se enseña en pocas escuelas americanas, pero la estudian los alumnos de varias escuelas de Alemania, Hungría y de Suiza. Las fracciones decimales continuas, la raíz cúbica, y la prueba de la multiplicación y de la división y el concepto de función se enseñan con más extensión en el extranjero que en los Estados Unidos. Al concepto de función se le da una importancia marcada y creciente en Austria, Alemania, Francia, Hungría y Suiza.

Es la excepción en los Estados Unidos el estudio del álgebra en el séptimo año, excepto la ecuación de primer grado y la evaluación de fórmulas fáciles. En casi todos los países europeos, al contrario, los alumnos aprenden a resolver ecuaciones simples lineales con una incógnita, a evaluar las fórmulas de medición y de porcentaje, y a hacer las cuatro operaciones fundamentales con expresiones simples algebraicas. En algunos países se hacen ejercicios gráficos y de factores.

IX. — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 8.º AÑO

Austria

El 8.º año es el último de la Burgerschule y el 4.º del Gimnasio, Gimnasio real y Escuela real.

Burgerschule. — El curso de aritmética comprende potencias y raíces, razones y proporciones, interés simple y compuesto, reparticiones proporcionales, regla de aligación y teneduría de libros simple. Se enseñan las cuatro operaciones con expresiones algebraicas y ecuaciones sencillas de primer grado con una incógnita.

El curso de geometría comprende el estudio intuitivo de los más importantes teoremas de geometría plana y sólida. Se da una noción sobre las ideas fundamentales relativas a la elipse y à la parábola. No se hace distinción entre la geometría plana y la del espacio porque gran parte del estudio está basado sobre modelos. La geometría y la aritmética se estudian en íntima conexión, y se expone la noción de función.

El curso de dibujo geométrico comprende la representación de cuerpos por trazados o croquis, líneas longitudinales y transversales y triángulos. Se dedica alguna atención al dibujo a pulso, y a simples composiciones gráficas. El curso para niñas es casi igual al de los varones, pero el dibujo geométrico comprende la construcción de variados trazados de aplicación a labores de mano.

Escuela real.—El curso de la Escuela real empieza con una completa revisión de las operaciones fundamentales de la aritmética. Se amplían los principios fundamentales de esas operaciones y se proponen numerosos problemas prácticos. Se expone el concepto fundamental de función en la enseñanza del álgebra, mostrando como varían los valores de las expresiones, variando los valores de la incógnita. Se enseña la transformación de ex-

presiones algebraicas y la solución de ecuaciones lineales simples. Los alumnos aprenden a relacionar la descomposición en factores de expresiones simples con el método de Euclides. Las ecuaciones de 2.º grado se estudian con la amplitud necesaria para las aplicaciones de la geometría plana.

En el curso de geometría, se considera especialmente los teoremas relacionados con la congruencia y semejanza, y mucha atención se dedica a problemas de construcciones geométricas y a problemas con cálculos numéricos. El tiempo asignado a la geometría en esta clase es generalmente considerado insuficiente.

Gimnasio.—El estudio de la geometría intuitiva termina con el precedente año escolar, y el estudio más sistemático de la geometría empieza durante este año. La idea de función no es considerada como tópico separado, pero se considera en el conjunto del curso. Las funciones lineales son consideradas en el 4.º y 5.º año del Gimnasio y se emplean los gráficos para aclarar la idea. El curso de geometría comprende el estudio de líneas rectas, ángulos, paralelas, triángulos y cuadriláteros. Se estudian los teoremas de congruencia y la simetría de figuras planas, y el estudio de polígonos regulares y círculo constituye una parte importante del estudio del año. Se estudian las figuras inscriptas y circunscriptas, tangentes, cuerdas y ángulos centrales e inscriptos. El álgebra y la geometría están estrechamente en conexión, especialmente en la medición de figuras planas. La geometría es una mezcla de la de Euclides y de los métodos modernos. Se estudian los vectores y otros conceptos geométricos modernos.

Gimnasio real y Escuela real.—El estudio de la geometría descriptiva se hace durante todo el curso con la teoría de proyecciones. Los alumnos aprenden a representar por dibujos las diversas secciones cónicas y a construir tangentes desde un punto exterior del cono. Se hacen dibujos de proyecciones de cuerpos sencillos

en varias posiciones. Se dibujan algunas sombras simples. Se hace el estudio de la intersección de proyecciones planas. En el 4.º año del Gimnasio la clase del Gimnasio real no tiene horas separadas para el dibujo geométrico.

Bélgica

El 8.º año escolar es el 2.º de la Escuela media y del Ateneo real.

En la Escuela media los varones dedican 4 horas semanales a las matemáticas y 3 las niñas. El curso para las niñas no comprende el álgebra, y la geometría para ellas es casi la misma que dan los varones en el año anterior, con el agregado de algunas construcciones geométricas elementales.

Curso de aritmética. — Se hace una completa revisión de la materia y se estudian la descomposición en factores, el m. c. d. y el m. c. m.

Se continúa la reducción de las fraccioues comunes a decimales. Se estudian los descuentos, proporciones, reparticiones proporcionales, mezclas, aligaciones y partes alícuotas. Diariamente se hacen muchos ejercicios orales.

Algebra. — Se estudian las fórmulas de interés y de mezcla, y los alumnos aprenden a valuar fórmulas simples literales, y a traducirlas al lenguaje vulgar. Se estudian las ecuaciones lineales simples y las razones y proporciones.

Ateneo real. — Tanto en la sección clásica como en la moderna se consagran 3 horas semanales al estudio de las matemáticas, siendo prácticamente el mismo en ambas secciones.

El curso comprende la racionalización de las reglas para las cuatro operaciones de enteros y fracciones comunes y decimales: los caracteres de divisibilidad por 2, 3, 4, 5 y 9. Se estudian los cálculos de áreas simples y volúmenes. Se usan ampliamente las facturas.

Se estudian el interés simple, los descuentos comerciales, mezcla y aligaciones.

Se resuelven problemas de proporción empleando el método de reducción a la unidad. Se hace un estudio intensivo del sistema métrico.

Dinamarca

El 8.º año escolar es el 3.º de la Escuela intermedia. Seis horas semanales se consagran al estudio de las matemáticas.

Se hacen diariamente ejercicios orales de aritmética. Se estudian las reglas de interés, reparticiones proporcionales, proporciones y teneduría de libros simple. Se exponen los caracteres de divisibilidad por 2, 3. 4, 5, 9 y 11. Se calculan áreas simples y volúmenes.

La geometría se estudia antes que el álgebra: este estudio se hace intuitivamente, consagrando a él dos horas semanales.

Se ejercita cuidadosamente el dibujo geométrico, dedicando especial atención a la construcción y medida de círculos. Se expone y comprueba intuitivamente el teorema de Pitágoras. Se calculan áreas simples y volúmenes, haciendo numerosos dibujos y modelos.

Inglaterra

Se estudian las cuestiones de intereses, impuestos, seguros, quiebras y dividendos: se hacen aplicaciones de las fórmulas de intereses y de sus derivados, de las proporciones y prorrateos. Se tratan ampliamente las cuestiones de medición del punto de vista de la práctica incluyendo numerosos problemas de alfombrado, empapelado y pintura. Se exponen los principios de la aritmé tica, generalizándolos. Por medio de gráficos se ilustran

y aclaran los principios relativos al interés, y se emplea mucho el papel cuadriculado para el cálculo de las áreas. Se estudian las cuestiones relativas a la inversión de ahorros, giros de dinero, familiarizando a los alumnos con las prácticas corrientes comerciales. Se dan lecciones simples sobre la formación de compañías, y los términos capital, stock, acciones, accionistas, dividendos e inversiones se emplean en su sentido práctico. Los problemas de medición comprenden áreas y fáciles volúmenes.

El curso de geometría comprende el estudio de las propiedades del triángulo, la construcción de triángulos y elipses, la construcción de figuras geométricas sencillas y su empleo en la composición de dibujos. Se estudian las razones y proporciones. El teorema de Pitágoras es enseñado intuitivamente por el método heuristico.

Finlandia

El 8.º año escolar es el 4.º del Liceo. Se continúa el estudio del álgebra, empezándose el de la geometría.

Francia

El 8º año escolar en Francia es el 4.º del Liceo, y es el último del primer ciclo.

En la Sección clásica del Liceo se dedican al estudio de las matemáticas 3 horas por semana. El estudio de aritmética comprende el sistema métrico y las proporciones. En álgebra los alumnos estudian las cuatro operaciones con monomios y binomios. Se explica el significado y aplicación de los números negativos. Se resuelven las ecuaciones numéricas de primer grado con una o con dos incógnitas, y se presentan las desigualdades de primer grado con una incógnita.

Geometría. — Se hace una revisión completa de los es-

tudios hechos en los años anteriores. Se aplican las proporciones. Se estudian los teoremas sobre semejanza de triángulos y de polígonos, y sobre la homogeneidad, y se expone el significado de los términos seno, coseno, tangente y cotangente. Se aplica mucho el pantógrafo en el estudio de la semejanza de figuras. Se calculan las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo. Se estudian las propiedades del círculo, y de tangentes, cuerdas y secantes. Se desarrollan las principales fórmulas de las figuras planas y se comparan las áreas de polígonos semejantes. No hay curso de dibujo geométrico en la Sección clásica del Liceo.

Liceo moderno. — Cuatro horas por semana se dedican a las matemáticas. El curso de álgebra comprende todo lo que se da en el Liceo clásico y además las ecuaciones de 2.º grado con una o dos incógnitas, gráficos, logaritmos y antilogaritmos de cuatro cifras decimales e interés compuesto.

El curso de geometría comprende el estudio de planos y rectas en el espacio. Se explica el significado de los términos, ángulos poliedros, prismas y pirámides, haciendo un breve estudio de las proyecciones. Se deducen las fórmulas para calcular las superficies y volúmenes de prismas, pirámides, cilindros y conos. Se enseñan, sin demostración, las fórmulas para calcular las superficies y volúmenes de la esfera. Los alumnos se ejercitan en dibujos simples y reciben nociones elementales de agrimensura y de nivelación.

En el dibujo geométrico se da bastante importancia al dibujo de sombras, y se hacen algunos ejercicios de lavado en colores.

Alemania

El 8.º año escolar es el último de la Volksschule y el 5.º año de Burgerschule, Gimnasio, Gimnasio real y Escuela real Superior.

Volksschule. — El curso de aritmética comprende el estudio de seguros y de documentos negociables, y una revisión de los estudios hechos en los años anteriores, y con especialidad sobre cálculos comerciales.

En algunos Estados se enseñaban las progresiones y la teoría de la raíz cuadrada, pero han sido eliminadas.

El curso de geometría comprende medidas del círculo, triángulos, cuadriláteros y elipses. Se estudian el cono y la esfera.

Se hacen muchos ejercicios de dibujos, especialmente de dibujos a escala. En algunos Estados los alumnos hacen composiciones de dibujo geométrico y de ornamentación.

Gimnasio. — El curso de álgebra comprende las cuatro operaciones con expresiones algebraicas, la valuación y transformación de fórmulas, y la solución de ecuaciones simples de 1.er grado.

El curso de geometría comprende el estudio de rectas, ángulos, paralelas, congruencia de triángulos, cuadriláteros, círculo, ángulos centrales e inscriptos, lugares geométricos y la solución de problemas sencillos por el análisis.

Gimnasio real. — Cuatro horas por semana se dedican a las matemáticas. El curso de álgebra comprende las cuatro operaciones fundamentales y la transformación de expresiones algebraicas sencillas. El curso de geometría incluye el estudio de las rectas, ángulos, triángulos y polígonos.

El curso en la Escuela real es prácticamente el mismo que en la Escuela real superior. Se estudian las ecuaciones de primer grado con una sola incógnita. Los alumnos aprenden a representar gráficamente la tabla de multiplicación y ciertos datos estadísticos y las funciones gráficas de primero y segundo grado.

Se enseña las potencias y raíces y se consideran ecuaciones cuadráticas simples con una incógnita. Se dedica al álgebra dos horas semanales.

Geometría. — Este curso comprende el estudio del cír-

culo y polígonos regulares. Se proponen numerosos problemas algebraico-geométricos relativos a construcciones geométricas. Se considera la recíproca dependencia de lados y ángulos de un triángulo: el estudio de los triángulos prepara para el de la trigonometría.

Se estudian las más importantes propiedades de prismas, cilindros, conos, pirámides, y de troncos de pirámides y conos. Los sólidos son representados en perspectiva paralela y por proyecciones ortogonales. Se calculan las superficies y volúmenes de los sólidos arriba enumerados.

Holanda

El 8.º año escolar es el 2.º de la Escuela media y del Gimnasio. En la Escuela media, se dedican al estudio de las matemáticas seis clases semanales de 50 minutos cada una.

El curso de aritmética comprende el estudio de proporciones y sus aplicaciones, raíz cuadrada y cálculos aproximados.

En álgebra se estudia, descomposición en factores, m. c. d. y m. c. m., fracciones, ecuaciones simultáneas de primer grado y cantidades radicales. La instrucción en aritmética y álgebra se hace íntimamente relacionada.

En geometría se considera el estudio de las líneas proporcionales y de las figuras semejantes. Se calculan áreas sencillas.

Gimnasio. — Tres horas semanales se dedican a las matemáticas: una para la aritmética, una para la geometría y una para el álgebra: el mismo curso se da en todos los tipos de Escuelas secundarias.

El curso de aritmética comprende la divisibilidad, proporciones y el sistema métrico.

El curso de álgebra comprende la descomposición en factores, productos notables y ecuaciones simples de primer grado.

El curso de geometría es prácticamente el mismo que en la Escuela media.

Hungría

El 8.º año escolar es el último año de la Burgerschule y el 4.º año del Gimnasio y de la Escuela real.

Burgerschule. — Dos horas por semana se dedican a la aritmética. Se estudian proporciones, intereses, transacciones comerciales, ahorros bancarios, sociedades por acciones, derechos de aduana e impuestos, y cálculos aproximados. Se hace además un estudio comparativo de los sistemas monetarios y de los cambios nacionales y extranjeros.

En álgebra se estudian los números negativos, las cuatro operaciones y las ecuaciones sencillas de primer grado, dedicando una o dos horas semanales a este estudio.

Dos horas por semana se consagran al estudio de la geometría. El curso comprende la reducción y ampliacion de figuras, trazados simples y dibujo de arquitectura.

Gimnasio.—Tres horas semanales se dedican a las matemáticas y dos al dibujo geométrico. En la Escuela real cuatro horas se consagran a las matemáticas y dos al dibujo geométrico. El curso de matemáticas en ambos tipos de Escuela es prácticamente el mismo, siendo más intensivo en la Escuela real.

El álgebra comienza por el estudio de fórmulas. Se estudian adición y sustracción, multiplicación y división, comprendiendo números positivos y negativos. Los alumnos aprenden a desarrollar el cuadrado y el cubo de la suma o diferencia de dos números y a calcular cuadrados y cubos de números decimales. Se resuelven ecuaciones sencillas de primer grado y se estudian las proporciones.

El curso de dibujo geométrico comprende construcciones sencillas con arcos de círculo, parábolas, elipses e hipérbolas. Se dedica alguna atención al dibujo y lavado

en colores de ornatos. Se dibujan también conos, espirales y cicloides.

Italia

El 8.o año escolar es el 4.o del Gimnasio y de la Escuela moderna. Tres horas por semana se dedican a la aritmética práctica.

Japón

El 8.o año escolar es el 2.o de la Escuela primaria superior y el 2.o de la Escuela media.

En la Escuela primaria superior se repasan los cálculos de proporciones, anteriormente aprendidos, y se estudian las proporciones compuestas. Además se presentan los cálculos en conexión con la teneduría de libros. Se hace una revisión comprensiva de la materia estudiada en los años anteriores.

En la Escuela media se dedican dos horas semanales al estudio de la aritmética y dos al del álgebra. Se continúa el estudio de las razones y proporciones y se estudia la regla de aligación. Se comienzan los porcentajes y se estudia el interés simple. Se ejercitan las raíces cuadradas y cúbicas en conexión con las aplicaciones a mediciones.

El curso de álgebra comprende definiciones y símbolos, el uso de expresiones algebraicas sencillas, la introducción de los números negativos, adición, sustracción, multiplicación y división de expresiones enteras y ecuaciones sencillas con una incógnita.

Rumanía

El 8.o año escolar es el 4.o del Gimnasio. El curso de álgebra comprende las cuatro operaciones con expresio-

nes algebraicas, la solución de ecuaciones simples de primer grado, problemas de aplicación y números negativos.

El curso de geometría comprende el estudio de planos paralelos y perpendiculares, las principales propiedades del prisma, cilindro, cono y esfera, y las áreas y volúmenes de esos sólidos, omitiendo los problemas más difíciles. Se procura dar á los alumnos ideas elementales sobre agrimensura. Los exámenes finales que ocurren al fin de este año comprenden la solución de problemas con preguntas sobre conocimientos de aritmética, álgebra y geometría.

Rusia

El 8.º año es el 5.º de la Escuela real y del Gimnasio.

En el Gimnasio se dedican cinco horas semanales á las matemáticas: generalmente dos corresponden al álgebra y dos á la geometría. El curso de álgebra comprende la solución de ecuaciones de 2.º grado con una incógnita, la discusión de las propiedades de sus raíces, la descomposición en factores del trinomio de 2.º grado, la solución de los sistemas de ecuaciones y las ecuaciones radicales.

El curso de geometría comprende la medida de líneas rectas y de ángulos, la proporcionalidad de segmentos, la semejanza de triángulos y polígonos, las relaciones numéricas entre los lados de un triángulo, ideas elementales sobre límites, las principales propiedades del círculo, áreas de figuras rectilíneas y del círculo, problemas simples de construcciones geométricas y ángulos diedros y poliedros.

En la Escuela real se dedican al álgebra 3 horas semanales y 3 a la geometría. El citado curso de álgebra comprende el estudio de la raíz cuadrada, números irracionales, ecuaciones de 2.º grado sencillas, raíces irracionales, la relación entre las raíces y los coeficientes de las ecuaciones de 2.º grado, construcción de la ecuación

de 2.º grado, dadas sus raíces, ecuaciones de 2.º grado simultáneas, progresiones aritméticas y geométricas, series infinitas y fracciones decimales periódicas.

El curso de geometría comprende la medida de ángulos, el estudio de segmentos proporcionales, la semejanza de triángulos y polígonos. Se estudia la inscripción y circunscripción de triángulos y cuadriláteros y se exponen ideas elementales sobre límites.

Los alumnos aprenden a calcular el área del círculo. Se hacen construcciones geométricas sencillas, y se exponen las ideas de homogeneidad.

España

El informe no trae detalles sobre el estudio de este año, pero la exposición dice que se enseña el álgebra y la trigonometría, dedicándose 6 horas semanales a la enseñanza de las matemáticas. La enseñanza de la geometría es de carácter intuitivo.

Suecia

El 8.º año escolar es el 5.º de la Escuela real. Se estudian las ecuaciones de primer grado con una incógnita. Dos horas semanales se dedican a la aritmética y dos a la geometría. La teneduría simple se incluye generalmente en el curso de aritmética. Se usan ampliamente las tablas de raíces cuadradas.

Prevalece la opinión de que el álgebra debe comenzarse por las ecuaciones de primer grado. No se usa texto en los estudios preliminares de la geometría. Se estudian las figuras planas y el círculo. Se consideran las principales propiedades de la elipse, dedicando alguna atención al estudio de las proyecciones.

Suiza

El 8.º año escolar es generalmente el último de la Escuela media: es el 2.º año del gimnasio.

Gimnasio. — Media hora por semana se destina generalmente al estudio de la aritmética, dos horas al del álgebra, dos al de la geometría y una al dibujo geométrico. En diversos cantones no se da especial instrucción de dibujo geométrico. El curso del gimnasio varía en los diferentes cantones, pero, en general, es aproximadamente como sigue:

La aritmética se estudía en proporciones simples y compuestas, multiplicación y división abreviadas, raíz cuadrada, cálculos de áreas simples, reparticiones proporcionales, aligación y transacciones comerciales.

El curso de álgebra comprende las cuatro operaciones y la solución de ecuaciones simples de primer grado.

El curso de geometría comprende las ideas fundamentales sobre la igualdad de superficies.

Estados Unidos

Durante el 8.º año se estudian generalmente las aplicaciones comerciales del porcentaje, la medida de superficies y sólidos en los casos más comunes. En algunas escuelas se hace una revisión comprensiva de la aritmética estudiada en los años anteriores. En las escuelas más adelantadas del país, no se estudia la aritmética en el 8.º año escolar, o se estudia muy poco, dedicando el tiempo al estudio del álgebra combinado con la aritmética.

En el Estado de Nueva York el plan de estudios de aritmética es el siguiente para el 8.º año escolar:

Ejercicios diarios de cálculo rápido mental y cálculos escritos: se incluyen ciertos métodos cortos de multiplicación, el cálculo de intereses simples por métodos rápi-

dos, y ejercicios para el uso adecuado del comercio, como cuentas, facturas, liquidaciones.

Los alumnos aprenden a llevar los libros de cuentas diarias de uso corriente, del hogar y de la chacra o hacienda. Se consideran las acciones y bonos. Se estudian los varios tipos de seguros y los impuestos en estrecha conexión con los usos civiles y de acuerdo con las condiciones locales. Se hace en álgebra el estudio de fórmulas simples usuales diariamente en trabajos mecánicos y en papeles comerciales. El estudio de esas fórmulas es seguido por la solución de ecuaciones simples de primer grado.

Desde el principio hasta el fin, en el 8.º año escolar existe el propósito de correlacionar el estudio de matemáticas con la instrucción manual, trabajos del hogar y de la agricultura. Se proponen muchos problemas de aplicaciones prácticas, siendo los datos generalmente basados en condiciones locales. En algunas escuelas mucha atención se dedica a las proporciones: eso ocurre especialmente en aquellas escuelas donde se consideran las mediciones y no se introducen las ecuaciones desde temprano.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL OCTAVO AÑO

En los Estados Unidos el octavo año escolar es el último de la Escuela elemental. En la mayoría de las escuelas de este país poco estudio de matemáticas se hace, excepto el estudio de las medidas, proporciones y algunas aplicaciones de porcentaje.

En un número creciente de escuelas comienza a introducirse algunos estudios de álgebra durante el octavo año escolar. La naturaleza y la extensión de este estudio varían, pero, por lo general, puede decirse que se refiere principalmente a la ecuación simple y a la valuación de fórmulas. Raramente se encuentra una escuela en la cual se presta atención a la materia de geometría, salvo lo necesario en el estudio de la medición.

En todos los países europeos el curso de matemáticas es más extensivo que en los Estados Unidos. En ningún país europeo se ofrece menos geometría o álgebra durante el octavo año escolar que en los Estados Unidos, y en casi todos los países el estudio de ambas materias es mucho más extensivo que en este país. En Austria, Alemania y en Suiza la mayor importancia en álgebra se pone en las operaciones, la resolución de ecuaciones simples, y en la proporción.

En algunos países también se enseña la descomposición en factores. Esto ocurre especialmente en algunas escuelas de Austria, Rumanía y Holanda. El curso de álgebra vigente en Rusia, es más adelantado que en cualquiera de los demás países, pero lo probable es que a los alumnos sólo se expongan las ideas más elementales de las partes que comprenden los programas.

En casi todos los países, excepto los Estados Unidos, se da mucha importancia al estudio de la geometría intuitiva durante el octavo año escolar. Se dedica especial atención al estudio de figuras congruentes y semejantes y a las construcciones geométricas simples. En algunos países se emplea el pantógrafo en relación con el estudio de figuras semejantes, y los términos seno, coseno y tangente comienzan a emplearse en este año. Esto sucede principalmente en Francia. En algunos de los liceos modernos de Francia se introducen los logaritmos. Al dibujo geométrico se dedica mucha atención en varios países, especialmente en Austria, Hungría y en algunos Cantones de Suiza.

En algunas escuelas de Austria se da alguna instrucción sobre geometría descriptiva. En casi todas las escuelas en el extranjero las materias de geometría y de aritmética están relacionadas más estrechamente que en Estados Unidos. Se inculca continuamente la idea del concepto de función, especialmente en Austria, Alemania y en Suiza.

En la mayor parte de los países extranjeros se dedica

menos tiempo al estudio de la aritmética durante el octavo año escolar que en los Estados Unidos. El estudio de la regla de aligación se continúa en algunas escuelas de Austria, Bélgica, Suiza y Japón; y se insiste bastante en el estudio de los caracteres de divisibilidad.

Es costumbre, en todos los países europeos, enseñar el álgebra y la geometría simultáneamente. Durante el octavo año escolar el tiempo se divide casi igualmente entre estas dos materias, dedicándose a cada una de dos a tres horas por semana. No se intenta fusionar las dos materias, pero las correlaciones entre ambas se tienen siempre presentes, y no se permite al alumno olvidar su geometría mientras estudie su álgebra o viceversa. Cada materia se considera como una unidad de enseñanza, pero, siendo posible, se emplea como instrumento en el estudio de la otra.

Cuando un alumno europeo ha completado su octavo año escolar, lleva un año completo de adelanto sobre el alumno americano en su conocimiento de matemáticas.

X. — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 9.º AÑO ESCOLAR

Austria

El 9.º año escolar es el 5.º del Gimnasio y de la Escuela real.

En la Escuela real cuatro horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas. Este tiempo es casi igualmente distribuído entre la aritmética y la geometría: estas materias, complemento la una de la otra, constituyen una instrucción unida. Se exponen cuidadosas observaciones y concisas descripciones. Se usan mucho los modelos. Se establece una estrecha relación entre la geometría plana y la del espacio, como consecuencia del frecuente empleo de los modelos. Se estudia la teoría de

las potencias y raíces. Se resuelven las ecuaciones de 2.º grado con una incógnita, y los alumnos se ejercitan en la construcción de gráficos correspondientes a las ecuaciones de 2.º grado de los diversos tipos. Solamente los tipos más simples de las ecuaciones de 2.º grado simultáneas son considerados. Se estudian los números irracionales, imaginarios y complejos, tanto como sea necesario para la resolución de las ecuaciones de 2.º grado. Se estudian completamente los logaritmos. El estudio de la geometría de la 4.ª clase se continúa y se completa durante el primer semestre. El curso comprende el estudio de las líneas proporcionales, semejanza y cálculos sobre las áreas. Durante el segundo semestre se comienza la estereometría. La instrucción empieza con el estudio de los ángulos sólidos. Se estudian los tetraedros y se calcula su superficie y volumen. Se hace un estudio de la geometría descriptiva durante el año: este curso comprende el estudio de la línea recta y del plano y de las proyecciones horizontales y verticales: la proyección oblícua es usada ocasionalmente: se aplican las construcciones al estudio de la pirámide regular y del prisma y de sus sombras.

En el Gimnasio real se dedica a la geometría descriptiva dos horas por semana. No se asignan horas especiales para el dibujo geométrico. Con estas excepciones el curso es prácticamente el mismo que en el Gimnasio.

En el Gimnasio no se enseña nada de descriptiva, ni es obligatorio el dibujo geométrico. Se amplía y se complementa la aritmética estudiada en los años anteriores. Se dedica especial atención a las potencias y raíces. Se comienza la estereometría y se introduce el concepto de función. Se usan ampliamente modelos para la enseñanza.

Bélgica

El 9.º año escolar es el último año de la Escuela media y el 3.º del Ateneo real.

Escuela media. — Se hace una revisión general de la aritmética estudiada en los años anteriores. Se estudian potencias y raíces, dedicando especial atención a la aproximación de las raíces. Se calculan intereses compuestos usando las tablas. Se estudian los títulos de deuda, cupones y ahorros bancarios, anualidades y seguros, empleando las tablas correspondientes en todos esos cálculos.

Algebra. — El curso comprende el estudio de las operaciones fundamentales, el cuadrado y el cubo de un binomio, fracciones, ecuaciones de primer grado con una o más incógnitas, números negativos y ecuaciones indeterminadas.

Geometría. — Se hace un repaso de lo estudiado en los años anteriores, y se empieza el estudio de la proporcionalidad y de la semejanza. Se estudian las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo. Se estudian los polígonos regulares, el círculo y el sector. Se hacen algunos ejercicios elementales de agrimensura y de nivelación. Se calculan las superficies y volúmenes de los poliedros y de conos, cilindros y esferas aplicados a la solución de problemas prácticos.

Durante este año no se exige a las niñas el estudio del álgebra. El curso de aritmética es el mismo para niñas y varones. El curso de geometría es algo menos extensivo para niñas que para varones. Se hace un estudio de las paralelas y de sus teoremas elementales. Se calculan las áreas de rectángulos, paralelogramos, triángulos, trapezoides y círculos, y las fórmulas para la superficie y volúmenes de prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas se emplean sin demostrarlas. De tres a cinco horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas.

Ateneo real. — En la sección clásica se dedican a las matemáticas tres horas semanales y cuatro en las otras secciones.

El curso en la sección clásica comprende el estudio de

los cambios que experimenta el cociente y el residuo, cuando el dividendo y el divisor o sólo uno de ellos aumenta o disminuye en determinada proporción. Se estudian los caracteres de divisibilidad. La prueba de los nueve y de los once se aplica a la multiplicación y división. Se estudia también durante el año, interés simple, descuento bancario, anualidades, acciones y obligaciones, mezclas, aligaciones, documentos negociables, reparticiones proporcionales, proporciones simples y compuestas y cálculos de superficies y volúmenes simples.

El curso en la sección moderna es casi el mismo que en la clásica, excepto en la parte de progresiones aritméticas y geométricas, y que se da más importancia al estudio de las congruencias y construcciones simples de geometría.

Dinamarca

El 9.º año escolar es el último año de la Escuela intermedia. Al terminar el año se hace un examen general, y el estudiante que lo da satisfactoriamente está autorizado para pasar al grado superior. Siete horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas: dos horas son generalmente para la aritmética, tres para el álgebra y dos para la geometría. Después que el estudio de los años anteriores ha sido completamente repasado, se estudian las proporciones, potencias y raíces, ecuaciones de 1.º y de 2.º grado con coeficientes numéricos.

El curso de geometría comprende una revisión del año anterior y el estudio de la semejanza y congruencia de triángulos y polígonos. Se hacen construcciones geométricas sencillas. Diariamente se hacen ejercicios de matemáticas.

Inglaterra

La falta de uniformidad en el sistema escolar inglés, especialmente en los años superiores, hace que sea muy difícil una exacta exposición con relación a los cursos.

En algunas escuelas un curso similar al que sigue a continuación se ofrece a los varones que no desean especializarse en matemáticas: Extracción de la raíz cuadrada por aplicación de la regla, teorema de Pitágoras, estudio del círculo, cuerdas, tangentes y ángulos; construcción de circunferencias con datos sencillos, construcción de polígonos regulares, resolución de ecuaciones de 2.º grado con coeficientes numéricos, simplificación de fracciones y solución de problemas de aplicación.

Los niños que siguen este curso no aspiran a continuar el estudio de las matemáticas después de salir de la Escuela.

La mayoría de ellos no ingresan en la Universidad. Los niños que aspiran a ingresar en las Universidades y que se preparan para alguna de las grandes escuelas, como Eton, Rugby, Harrow y Winchester, emplean de tres a siete horas semanales en el estudio de las matemáticas. En esa época tienen los jóvenes de 15 a 16 años, y generalmente han completado el estudio de los cinco libros de Euclides y el álgebra hasta las progresiones.

Finlandia

Los niños que aspiran a continuar su educación después de las usuales escuelas elementales ingresan en el Liceo o Escuela secundaria. El Liceo prepara directamente para la Universidad. Las secciones clásica y moderna del Liceo tienen bastante semejanza con el Gimnasio y la Escuela real de Alemania. Se estudia álgebra y geometría. Se estudia la resolución de ecuaciones de 1.º y de 2.º grado. Se hace un estudio sumario de la geometría del espacio. Se dedica especial atención al desarrollo de la intuición. Otros detalles del curso no tienen importancia.

Francia

El 9.º año escolar es el 5.º año del Liceo, y es el 1.º del 2.º ciclo. El 2.º ciclo tiene en los últimos dos años cuadro divisiones:

A. — Latín-griego (clásico).
B. — Latín-lenguas modernas.
C. — Latín-ciencias.
D. — Ciencias-lenguas modernas.

Cursos A y *B.* — Dos horas por semana se dedican a las matemáticas. El estudio del álgebra comprende una revisión del curso del año anterior. Las cuatro operaciones se ejecutan con números positivos y negativos. Se resuelven problemas sobre el movimiento uniforme. Se estudian las desigualdades de 1.er grado. Se consideran los variaciones de la expresión $a\,x + b$. Se introducen los gráficos y los alumnos representan las variaciones de x^2 y de $\frac{1}{x}$.

Geometría del espacio. — Se estudian los ángulos diedros y planos paralelos y perpendiculares. Se consideran los ángulos poliedros y se desarrollan las fórmulas para calcular las superficies y volúmenes de prismas, pirámides, cilindros, conos y esfera. El curso no comprende dibujo geométrico.

Curso C y D. — Cinco horas semanales se dedican a las matemáticas. El estudio es más intensivo que en las secciones A y B. Se estudian las cuatro operaciones con números positivos y negativos, la solución de ecuaciones de 1.er grado con una o más incógnitas, y las desigualdades de 1.er grado. Se considera y se representa gráficamente la expresión $a\,x + b$. Se resuelven ecuaciones de 2.º grado con una incógnita, pero no se consideran las que tienen raíces imaginarias. Se estudian las relaciones entre las raíces y los coeficientes. Se introduce el

trinomio de 2.º grado y las desigualdades de 2.º grado. Se da importancia a la construcción y empleo de gráficos. Se considera la variación de la expresión $\frac{ax + b}{a'x + b'}$. Se aplica la derivada a problemas sencillos numéricos y a funciones ya estudiadas. Se estudian las progresiones aritméticas y geométricas. Se aplican los logaritmos de cuatro cifras decimales y se estudia el interés compuesto.

El curso de geometría comprende un estudio sistemático de las líneas, ángulos, paralelas, perpendiculares, triángulos, cuadriláteros, polígonos y círculo. Se consideran especialmente los teoremas para la congruencia y semejanza de triángulos, y se explica el significado y uso de los términos seno, coseno, tangente y cotangente para ángulos entre 0 y 180 grados. Se considera la construcción de la media y de la cuarta proporcional y la división armónica de una recta. Se calculan las áreas de triángulos, polígonos y círculo. Se dan nociones elemenales de agrimensura. Los alumnos se ejercitan en el empleo de la cadena de agrimensor y de la escuadra.

En las clases de dibujo se emplea la regla, el compás, la escuadra y el trasportador.

El curso de dibujo geométrico, comprende la ejecución de dibujos particularmente para embaldosados, parquets y mosaicos. Muchos de los dibujos son lavados a color.

Alemania

El 9.º año escolar es el 6.º de la Bürgerschule, Gimnasio, Gimnasio real, Escuela real y Escuela real superior.

En el Gimnasio dos horas por semana se dedican generalmente al estudio del álgebra y tres al de la geometría. Los cursos varían algún tanto en los diferentes Estados, pero el estudio del álgebra comprende usualmente la solución de ecuaciones simples con una o más incógnitas, construcción de gráficos, el estudio de funciones

simples y la solución de ecuaciones de 2.º grado sencillas. En algunos Estados el curso comprende también el uso de logaritmos con cinco decimales y de la regla de calcular y el estudio de las progresiones aritméticas y geométricas, intereses compuestos y anualidades. El curso de geometría ordinariamente comprende el estudio de las figuras semejantes, los polígonos regulares y la ciclometría.

En la mayor parte de los Gimnasios reales y Escuelas reales se dedican al álgebra tres horas por semana y tres á la geometría. El estudio de las matemáticas es más intensivo que en el Gimnasio, especialmente en los logaritmos y ecuaciones de 2.º grado. A veces se empieza en este año el estudio de la trigonometría y de la geometría del espacio, y se consideran las proyecciones oblícuas y paralelas.

El curso de la Escuela real superior es más avanzado que en los otros tipos de Escuela. En general, es el indicado para el Gimnasio, con el agregado de lo siguiente: funciones trigonométricas y goniometría, que suelen tratarse con el estudio de las figuras semejantes. Se estudia la geometría del espacio. Se considera el teorema de Euler. Se introduce el estudio de los poliedros regulares y se resuelven numerosos ejercicios con cálculos numéricos.

Holanda

El 9.º año escolar es el 3.º de la Escuela media y del Gimnasio.

Siete horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas en las Escuelas medias. Se repasa el estudio de las cantidades radicales y se amplía. Se estudian los exponentes fraccionarios y negativos. Se comienza el estudio de los logaritmos, de las progresiones aritméticas y geométricas é interés compuesto. Se resuelven ecuaciones de 1.er grado con una ó más incógnitas. El curso

de geometría comprende el estudio del círculo, polígonos regulares y goniometría.

Gimnasio. — Todos los tipos de Gimnasio ofrecen el mismo curso de matemáticas. Una hora semanal se dedica generalmente al álgebra y dos á la geometría. El curso de álgebra comprende el estudio de las ecuaciones de 1.º y 2.º grado con una ó más incógnitas y radicales. No tienen importancia los detalles del curso de geometría.

Hungría

El 9.º año escolar es el 5.º del Gimnasio, Bürgerschule y Escuela real.

Tres horas por semana se dedican á las matemáticas en el Gimnasio. La instrucción sistemática de la geometría empieza en este año, dando importancia al estudio de modelos. Los alumnos se ejercitan en mediciones dentro y fuera de la clase. Se estudian los axiomas, postulados y teoremas principales de la geometría plana. El curso de álgebra comprende la solución de ecuaciones de 1.er grado con una ó más incógnitas, raíz cuadrada, raíz cúbica, radicales y ecuaciones de 2.º grado de los tipos usados en geometría.

Escuela real. — Cinco horas se dedican al estudio de las matemáticas. El dibujo geométrico no se estudia en el Gimnasio ni en la Escuela real. El curso es prácticamente el mismo que en el Gimnasio, pero el estudio es más intensivo. Se consideran los teoremas de la geometría del espacio.

Bürgerschule. — Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. El curso comprende las cuatro operaciones fundamentales con números positivos y negativos, fracciones, ecuaciones simples de 1.er grado con una incógnita, los principales teoremas de planimetría, el estudio de congruencias y figuras planas semejantes, la construcción de figuras planas y el estudio de perímetros y áreas.

Italia

El 9.º año escolar es el último del Gimnasio y el 3.er año de la Escuela moderna. Tres horas por semana se dedican al estudio de la aritmética plana y dos horas al de la geometría. Se estudia el primer libro de Euclides. Alguna atención se dedica al estudio de sólidos simples y á la proporcionalidad de magnitudes. Se resuelven ecuaciones de primer grado. Generalmente se dedican cuatro horas semanales á las matemáticas.

Japón

El 9.º año es el último de la Escuela primaria superior y el 3.er año de la Escuela media.

Escuela primaria superior.—Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. Se repasan las lecciones de los años anteriores y se complementan. Se hace una repetición de las mediciones aprendidas, agregando las medidas de la pirámide, cono circular, tronco de pirámide, tronco de cono circular, expresión de la raíz cuadrada y de la raíz cúbica y una revisión de las cuatro reglas, proporciones, porcentajes, conjuntamente con las progresiones aritméticas y geométricas.

Se exponen dogmáticamente las reglas para encontrar el volumen de la pirámide y del cono circular, verificándolas por medidas reales. Algunas veces se enseña la teneduría de libros simple.

Escuela media.—Cuatro horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas. Se continúa el estudio de las ecuaciones y se resuelven ecuaciones simultáneas de primer grado. Se consideran las fórmulas relativas a las leyes distributivas, descomposición en factores, *m. c. d.* y *m. c. m.* La reducción de expresiones fraccionarias y las cuatro operaciones fundamentales con fracciones se incluyen en el curso. Se consideran las ecuaciones con

una incógnita, ecuaciones con una incógnita reducibles al 2.º grado y ecuaciones simultáneas con alguna de 2.º grado.

El curso de geometría comprende el estudio de la línea recta, triángulos, paralelógramos, círculo, cuerdas, tangentes y segmentos. Dos horas por semana se dedican á este estudio.

Rumanía

El 9.º año escolar es el 1.º del Liceo. Seis horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas. Se amplían las cuatro operaciones con fracciones comunes y decimales. Se continúa ejercitando los caracteres de divisibilidad. Se estudian los números primos. Se introduce la idea de límite. Se estudia la raíz cuadrada y la raíz cúbica. El fin es cultivar las matemáticas razonadas. El estudio es más intensivo que en los años anteriores.

Algebra. — Se comienza el estudio de los números positivos y negativos. Se resuelven ecuaciones de primer grado, y se hace algún estudio de las ecuaciones recíprocas. Se considera el trinomio de 2.º grado. Se consideran las progresiones aritméticas y las geométricas, logaritmos, interés compuesto y anualidades.

El curso de geometría comprende el estudio de ángulos y triángulos, cuadriláteros, círculo y proporciones. Se resuelven numerosos ejercicios.

Rusia

El 9.º año escolar es el 6.º de la Escuela real y del Gimnasio. En el Gimnasio cuatro horas semanales se dedican á las matemáticas. El álgebra comprende el estudio de las progresiones, logaritmos é interés compuesto. El curso de geometría comprende el estudio de los poliedros regulares, las fórmulas para el cálculo de las

áreas y de los volúmenes del prisma, cilindro, pirámide, cono y esfera. Se da bastante importancia á los ejercicios de cálculo.

En la Escuela real dos horas semanales se dedican al álgebra, dos á la geometría y dos á la trigonometría. Se introducen los exponentes fraccionarios, negativos y cero. Se consideran las expresiones irracionales. Se estudian logaritmos, ecuaciones exponenciales, combinaciones, teorema del binomio, fracciones contínuas y su aplicación á la raíz cuadrada y á los logaritmos, intereses compuestos y anualidades.

El curso de geometría comprende el estudio de las posiciones relativas de rectas y planos en el espacio, las principales características del plano y ángulos sólidos, los poliedros regulares y el estudio de las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de los sólidos.

En trigonometría se estudia el seno, coseno, tangente y cotangente de los ángulos agudos y obtusos. Se consideran los valores límites de esas funciones y se usan los logaritmos de esas mismas funciones. Se desarrollan las fórmulas de la trigonometría plana y las que se emplean para la resolución de los triángulos, rectángulos y oblicuángulos. Se calculan las áreas de triángulos por el uso de fórmulas trigonométricas, y se aplica la trigonometría á la resolución de problemas geométricos y de ejercicios.

Suecia

El 9.º año escolar es el último de la Escuela real y el primero del Gimnasio.

En la Escuela real se estudia raíz cuadrada y sus aplicaciones á problemas geométricos el cálculo de intereses compuestos por medio de tablas, gráficos y teneduría de libros simple. Dos horas semanales se dedican al estudio de la aritmética.

El estudio de la geometría comprende el dibujo y

ejercicios de modelos, proyecciones simples, el uso del compás, de la regla y del transportador en simples construcciones geométricas. Una hora semanal se dedica á la geometría.

Gimnasio. — Cinco horas por semana se dedican á las matemáticas en el Gimnasio clásico y siete en el Gimnasio real. Se hace una revisión del álgebra estudiada en la Escuela real y se estudia la raíz cuadrada y las ecuaciones de 2.º grado. Se consideran funciones simples. Se hace una revisión de la geometría estudiada en la Escuela real, y se ejercita en numerosas aplicaciones. Se dedica especial atención al dibujo lineal y se estudian los principios de la teoría de proyecciones. Se estudia especialmente la intervención de figuras planas y del espacio.

Suiza

El 9.º año escolar es el 3.º del Gimnasio y el primero de la Escuela real. El curso es el mismo en el Gimnasio clásico que en el Gimnasio real. Dos horas semanales se dedican al álgebra, dos á la geometría y en algunos Cantones se dedican dos horas por semana al dibujo geométrico en el Gimnasio real.

El curso de álgebra comprende el estudio de logaritmos, progresiones aritméticas y geométricas, intereses compuestos y anualidades, las cuatro operaciones con exponentes fraccionarios y el estudio de funciones.

El curso de geometría comprende el estudio de transversales, triángulos, cuadriláteros, círculo, problemas de construcciones geométricas, los teoremas sobre las congruencias y semejanza, y el estudio de las superficies y volúmenes.

Escuela real. — Una hora por semana se dedica á la aritmética, dos al álgebra, tres á la geometría y dos al dibujo geométrico. El curso es prácticamente el indicado más arriba, excepto que se hace más intensivo. Se da

importancia al estudio de las operaciones abreviadas de multiplicar y dividir, que no se consideran en el Gimnasio.

Estados Unidos

El curso de matemáticas varía algo en el 9.a año escolar, pero en general es como sigue:

Las cuatro operaciones fundamentales con expresiones racionales enteras, descomposición en factores, *m. c. d.*, *m. c. m.*, fracciones, reducción, operaciones con las fracciones, ecuaciones de 1.er grado con una incógnita, problemas de aplicación, ecuaciones de 1.er grado simultáneas, soluciones gráficas, potencias, raíz cuadrada y en algunos casos raíz cúbica, exponentes fraccionarios y negativos, radicales, expresiones y ecuaciones irracionales, problemas, solución de ecuaciones de 2.o grado del tipo $a x^2 + b x + c = o$ por descomposición en factores.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL NOVENO AÑO

El noveno año escolar es por lo general el primer año de la Escuela secundaria de los Estados Unidos. En la mayoría de las escuelas secundarias el álgebra se completa hasta las ecuaciones cuadráticas. En algunas escuelas se avanza menos en el estudio del álgebra dedicando más atención al de la geometría intuitiva. En esas escuelas se recomienda el uso de los instrumentos simples geométricos y la ejecución de construcciones fáciles, mediciones y dibujos sencillos.

En todas las escuelas europeas tanto el álgebra como la geometría se enseñan durante el noveno año escolar. En la mayor parte de los países el tiempo se divide igualmente entre esas dos materias, dedicándose á cada una de dos á tres horas por semana. En éste, como en el año precedente, ambas materias se complementan, y no se intenta fusionarlas. Las relaciones entre las dos ma-

terias se recomiendan mucho más en el extranjero que en los Estados Unidos. En la mayor parte de las escuelas europeas la distinción entre la geometría plana y la sólida es menos marcada que en las escuelas de los Estados Unidos. Esto, en parte, se debe al mayor empleo de los modelos y dibujos que se hace en los países europeos. Durante el noveno año escolar el estudio del álgebra en la mayor parte de las escuelas europeas es solamente algo más adelantado que en las mejores escuelas de los Estados Unidos. En algunas escuelas de Austria, Francia, Dinamarca, Holanda y Hungría el curso es algo más adelantado que en los Estados Unidos. En estas escuelas se estudian los logaritmos, las proporciones y las ecuaciones cuadráticas. El curso en las Escuelas reales de Rusia se dice que es muy adelantado.

En casi todos los países europeos la geometría se estudia durante el noveno año escolar. Se hace el estudio de las líneas proporcionales, de las figuras congruentes y semejantes, superficies y volúmenes. En todas las escuelas se emplean mucho los modelos. En Bélgica, Francia, Alemania y Holanda el estudio de las figuras semejantes se complementa con ejercicios elementales de agrimensura, y en algunas escuelas francesas los términos seno, coseno, tangente y cotangente se introducen y se emplean en esta parte del curso.

La geometría descriptiva se enseña en algunas escuelas reales y gimnasios reales de Austria. En Francia, Suecia y en los gimnasios reales de Suiza se dedica bastante atención al dibujo geométrico. En la mayoría de los países se atribuye importancia al desarrollo de la idea de función. Esto ocurre especialmente en Austria, Francia, Alemania, Suecia y Suiza. El estudio de los logaritmos se hace en la mayor parte de los países y en algunas escuelas de Alemania el alumno se familiariza con la regla de calcular.

En algunos países el estudio de la aritmética se continúa durante el noveno año escolar. Se emplea mucho el

uso de tablas para hallar el interés, y los procedimientos abreviados.

El álgebra, la aritmética y la geometría están relacionadas más estrechamente en las escuelas del extranjero que en los Estados Unidos. Cada materia se considera como una unidad de enseñanza, pero tiene una correlación más estrecha con las demás. Cuando el alumno europeo ha completado su noveno año escolar, tiene más dominio de todas las cuestiones de álgebra que el muchacho americano ha estudiado, y además está familiarizado con casi todos los más importantes teoremas de la geometría plana y sólida. En algunas escuelas de Finlandia, Alemania y de Rusia se estudian en este año los elementos de la trigonometría.

XI. — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 10.º AÑO ESCOLAR

Austria

El 10.º año escolar es el 6.º del Gimnasio, Escuela real y Gimnasio real.

Escuela real. — El curso de álgebra comprende el estudio de logaritmos y ecuaciones exponenciales sencillas, progresiones aritméticas y geométricas, anualidades, intereses compuestos.

La goniometría y trigonometría plana y esférica tienen un rango de importancia en el plan de estudios en relación con su valor práctico. El curso de trigonometría puede decirse que es el dominante en este año escolar de la escuela real. Se definen y desarrollan las funciones trigonométricas para ángulos agudos y obtusos y se representan gráficamente en el círculo de radio unidad.

Todas las fórmulas fundamentales se desarrollan y emplean en la solución de triángulos. Se usan las tablas de líneas naturales trigonométricas, y de sus logaritmos. Se

estudia el triángulo esférico y las principales fórmulas para el cálculo de su superficie; estas fórmulas se aplican a la solución de ciertos problemas de estereometría.

La instrucción en el dibujo geométrico, en la Escuela real y en el Gimnasio real, comprende un estudio intensivo de las proyecciones de figuras planas, la sombra del círculo proyectada sobre un plano por rayos perpendiculares y por rayos oblicuos, la deducción de las propiedades de la elipse concebida como la proyección del círculo, la representación de cilindros y conos de revolución, planos tangentes, conos y cilindros, construcción de sombras, y el estudio de la esfera. Tres horas por semana se dedican al dibujo geométrico.

Gimnasio. — Se resuelven ecuaciones de 2.º grado, y de grados superiores reducibles al 2.º grado. Se consideran los números irracionales, imaginarios y complejos, se construyen representaciones gráficas, y se investiga la naturaleza de las raíces de una ecuación de 2.º grado.

Geometría. — La mayor parte del año se emplea en el estudio de la geometría del espacio, dando importancia a su representación gráfica. Los alumnos dibujan proyecciones verticales y horizontales de cuerpos geométricos simples.

Goniometría y trigonometría. — El curso es menos extenso que en la Escuela real, usándose mucho la regla de calcular.

Las tablas de logaritmos con 5 decimales son en general las más usadas.

Bélgica

El 10.º año escolar es el 4.º del Ateneo real. En la sección clásica se dedican 3 horas semanales a las matemáticas, y cuatro en la sección moderna.

Sección clásica. — Se hace una revisión de la aritmética estudiada en los años anteriores. Se estudia el m. c. d. por divisiones sucesivas. Se dedica especial atención a

la descomposición en factores, al m. c. d. y m. c. m. por factores primos.

El curso de álgebra comprende la transformación de ecuaciones, el estudio de las proporciones, las ecuaciones de primer grado con una incógnita, problemas de aplicación, valuación de fórmulas y aligación.

El estudio de geometría comprende la materia contenida en el primer libro de Euclides. Se hacen numerosas construcciones geométricas.

Sección moderna.—El estudio de la aritmética es el mismo que en la sección clásica, con más el estudio de los caracteres de divisibilidad.

El curso de álgebra comprende todo lo que se da en la sección clásica con el agregado de las expresiones negativas, cuadrado y cubo de binomios, las cuatro operaciones fundamentales, teorema del residuo, las cuatro operaciones con fracciones, la reducción de fracciones, cuadrados y raíces cuadradas de números y de expresiones algebraicas, radicales y ecuaciones simples de 2.º grado.

El curso de geometría comprende una revisión de todo lo estudiado en los años precedentes, el estudio de la circunferencia, la medida de cuadriláteros, el estudio de las líneas proporcionales y figuras semejantes y el cálculo de los elementos del triángulo.

Dinamarca

El 10.º año escolar es el 1.º y único año de la Clase real y 1.er año del Gimnasio.

Clase real.—Esta clase es para los que desean un año adicional, pero que no aspiran a ingresar en la Universidad. El estudio de aritmética comprende el de las prácticas usuales del cálculo comercial, el uso de las tablas de intereses y logarítmicas. El curso de álgebra comprende la solución general de las ecuaciones de 2.º grado. Se estudian también las reglas para la suma y el producto de las raíces, la resolución de ecuaciones fáciles reducibles

al 2.º grado, ecuaciones simétricas, sistemas de ecuaciones de 2.º grado, potencias y raíces, y anualidades. El curso de geometría es electivo, y prácticamente es el mismo que en el correspondiente año del Gimnasio.

Gimnasio. — En el Gimnasio clásico el curso comprende el estudio de la ecuación general de 2.º grado, las reglas para la suma y el producto de las raíces de una ecuación de 2.º grado, desigualdades de 2.º grado, máximos y mínimos, límites, sistemas de ecuaciones de 2.º grado, imaginarias, tablas de logaritmos con 4 decimales, ecuaciones exponenciales simples, progresiones aritméticas y geométricas, series infinitas, intereses compuestos y anualidades.

El curso de geometría comprende el estudio de figuras semejantes, polígonos regulares, círculo, funciones trigonométricas para ángulos agudos y obtusos y simples aplicaciones, y la representación gráfica de funciones simples.

El curso de la sección científica del Gimnasio comprende todo lo del Gimnasio clásico, con el agregado de los cálculos aproximados, progresiones armónicas, números complejos, permutaciones y combinaciones, ecuaciones indeterminadas con dos incógnitas y raíces complejas.

Inglaterra

El 10.º año escolar es el último año del curso preparatorio de 5 años. El estudio de la aritmética comprende la medida de figuras planas y de cuerpos geométricos y las aplicaciones a los cálculos comerciales.

El curso de geometría comprende construcciones simples, problemas sobre lugares geométricos, teoremas sobre las paralelas, la congruencia y semejanza de los triángulos, áreas y partes proporcionales.

El curso de álgebra comprende la teoría de exponentes, logaritmos y variaciones.

El curso de trigonometría comprende la solución nu-

mérica de triángulos por medio de las fórmulas de seno y coseno, el uso de las tablas y simples problemas de agrimensura.

El curso para niñas, en el correspondiente año, es más elemental. El curso de aritmética comprende el estudio de la aritmética en general, intereses compuestos, valores públicos y acciones. El curso de álgebra comprende las ecuaciones de 2.º grado, la teoría de los índices, números irracionales, progresiones y proporciones. En geometría los libros I a IV de Euclides generalmente se completan.

Finlandia

El informe no trae división para el estudio de este año. El álgebra se comienza en el tercer año del Liceo, geometría en el cuarto y trigonometría en el quinto. La geometría del espacio es algo abreviada. El décimo año escolar es el sexto año del Liceo.

Francia

El 10.º año escolar es el 6.º del Liceo, y es el 2.º y último año del 2.º ciclo. En la sección clásica se dedican dos horas por semana a las matemáticas y en la sección científica cinco horas.

Sección clásica. — El curso de álgebra comprende ecuaciones de primero y segundo grado con una incógnita, variaciones del trinomio de 2.º grado.

El curso de geometría comprende la medida de ángulos, el estudio de las figuras planas, las definiciones de seno, coseno y tangente para ángulos entre cero y 180 grados y las fórmulas para calcular las superficies y volúmenes.

Sección científica. — El curso de álgebra comprende el estudio de las ecuaciones de 2.º grado, aplicaciones de geometría a la trigonometría, ecuaciones de derivadas de

funciones simples, el estudio de las variaciones y su representación gráfica, el estudio del movimiento en conexión con la teoría de las derivadas.

El curso de geometría comprende el estudio de los poliedros, cono, esfera, superficies y volúmenes. Las ideas de traslación y rotación se usan ampliamente, y se da importancia a la simetría. A veces un curso extensivo de geometría descriptiva se ofrece en muchas escuelas. El dibujo geométrico es también enseñado en muchas de las secciones científicas. Se estudian las funciones trigonométricas, y se deducen las principales fórmulas para la resolución de los triángulos, rectángulos y oblicuángulos.

Alemania

El 10.º año escolar es el 7.º año de la Bürgeschule, del Gimnasio, del Gimnasio real y de la Escuela real superior.

Gimnasio. — Se estudian las ecuaciones de 2.º grado, inclusive los sistemas de ecuaciones y las que se reducen a 2.º grado. Se usan las tablas de logaritmos con 4 o 5 cifras decimales. Se da importancia a la aplicación de álgebra en la resolución de problemas de geometría.

Geometría. — El curso de geometría comprende el estudio de la congruencia y semejanza de figuras, polígonos inscriptos y circunscriptos, ciclometría y funciones armónicas. Se comienza la trigonometría plana, estudiando la goniometría y la resolución de los triángulos, rectángulos y obliángulos. En algunas escuelas se estudian los puntos y rayos armónicos.

Gimnasio real. — Seis horas se dedican a las matemáticas, tres al álgebra y tres a la geometría. Se estudian las progresiones aritméticas y geométricas, intereses compuestos y anualidades. Se introducen las ecuaciones de grados superiores, ecuaciones difíciles de 2.º grado y las recíprocas y binomias.

El curso de geometría comprende el estudio de rectas, planos, triángulos, polígonos y círculo. Se estudian las principales propiedades de la pirámide, cilindro, prisma, cono, esfera y los logaritmos, continuando el estudio de la trigonometría. En pocos Gimnasios reales se empieza el estudio de la geometría analítica. Se consideran la recta, polos y polares, la elipse, parábola e hipérbola.

Escuela real y Escuela real superior.—Dos horas por semana se dedican al álgebra y tres a la geometría y trigonometría.

El curso de álgebra comprende el estudio de números imaginarios y complejos, el teorema de Moivre y sus aplicaciones, la resolución gráfica de ecuaciones, el teorema del binomio y las ecuaciones recíprocas.

El curso de geometría comprende el estudio de las figuras semejantes; las funciones angulares se representan por valores lineales, y se considera la aplicación de la trigonometría esférica a la geometría del espacio y a la geografía matemática. En algunas escuelas se estudia la proyección de mapas. En muchas de las escuelas funciona un breve curso de geometría descriptiva: en él se incluye un repaso de la geometría descriptiva estudiada en los años anteriores, agregando el estudio de la intersección de planos y sólidos por otros planos y sólidos.

Holanda

El 10.º año escolar es el 4.º año del Gimnasio y de la Escuela media.

Escuela media.—Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. Se hace una revisión del álgebra estudiada en los años anteriores. Se tratan las ecuaciones indeterminadas de primer grado. Se estudian las permutaciones y combinaciones y el teorema del binomio. Se empieza la trigonometría. El estudio de la geometría del espacio comprende las posiciones relativas de las líneas rectas y planos, ángulos diedros y

poliedros, las propiedades y volúmenes de prismas, cilindros, conos y esfera. Frecuentemente funciona un curso de elementos de geometría descriptiva. Generalmente se dedican dos horas semanales al estudio de la mecánica y una al de la Cosmografía.

Gimnasio. — Tres horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas, siendo una de ellas para el álgebra y dos para la geometría. Se estudian las expresiones irracionales y complejas y los exponentes fraccionarios y negativos. Se completa toda la geometría plana.

Hungría

El 10.º año escolar es el 6.º del Gimnasio y de la Escuela real.

Gimnasio. — Se enseña la extracción de raíces, los exponentes fraccionarios y negativos, las progresiones aritméticas y geométricas, y se emplean los logaritmos de Brigg.

Gran parte del curso de geometría se dedica al estudio del círculo. Se estudian las funciones lineales de los ángulos agudos y se aplican a la resolución de triángulos. Se desarrollan y se aplican las fórmulas para el seno y el coseno. Se consideran las funciones de ángulos positivos y negativos. Se hacen algunos ejercicios simples de agrimensura.

Escuela real. — El curso de álgebra y de geometría es el mismo que el del Gimnasio, pero el estudio es algo más intensivo.

Tres horas por semana se dedican al estudio de la geometría descriptiva. El curso comprende el estudio de proyecciones ortogonales, las proyecciones del círculo en posiciones fáciles, el estudio de puntos, rectas y planos, ángulos y sombras con los problemas correspondientes.

Bürgerschule. — Tres horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. Se estudian las ecuaciones de primer grado, raíz cuadrada y raíz cúbica, ecuaciones

de 2.o grado y expresiones con exponentes faccionarios y negativos. Se da alguna importancia a los números imaginarios y a los irracionales. Se tratan también los logaritmos y la teoría de combinaciones y anualidades.

El curso de geometría comprende el estudio del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones y el estudio de la circunferencia. En algunas clases se dedica una hora por semana a la teneduría de libros simple.

Italia

El 10.o año escolar es el 1.o del Liceo. Seis horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas, siendo considerable la importancia que se da a la aritmética. El estudio de la geometría comprende una revisión del primer libro de Euclides, ya estudiado el año precedente. Se completan los libros II y III. El estudio del álgebra se completa agregando las expresiones radicales y las de exponente fraccionario. El estudio de la aritmética se complementa con la teoría de la raíz cuadrada y los números incomensurables.

Japón

El 10.o año escolar es el 4.o de la escuela media. Dos horas por semana se dedican al álgebra y dos a la geometría. El curso de álgebra comprende el estudio de expresiones irracionales, razones y proporciones, las permutaciones y combinaciones, logaritmos, el uso de las tablas logarítmicas y el teorema del binomio con exponente entero y positivo.

El curso de geometría comprende el estudio de figuras inscriptas y circunscriptas, áreas, congruencias, proporciones y su aplicación a las figuras semejantes.

Rumanía

El 10.º año escolar es el 2.º del liceo.

Álgebra. — Se estudian las funciones de variables independientes, continuidad, derivadas simples, gráficos, máximos y mínimos, la teoría de las permutaciones y combinaciones y el teorema del binomio. En algunas escuelas se enseña la extracción de la raíz cuadrada de polinomios por coeficientes indeterminados y se consideran los determinantes de tercer orden, aplicándolos en la resolución de ecuaciones homogéneas y no homogéneas. Se emplean mucho los gráficos en todo el curso de álgebra.

Geometría. — El curso de geometría comprende el estudio de los polígonos regulares, círculo, transversales, áreas, congruencia y semejanza. Alguna atención se dedica al estudio de las funciones armónicas. Se hacen muchos ejercicios de aplicación. Se estudian los ángulos diedros y poliedros, planos perpendiculares y paralelos, y las fórmulas para el cálculo de superficies y volúmenes.

Trigonometría. — Se estudian y representan gráficamente las funciones trigonométricas para ángulos agudos y obtusos. Se desarrollan las fórmulas principales de la trigonometría, y se usan las tablas de logaritmos. Se considera la idea de función periódica.

Rusia

El 10.º año escolar es el 7.º de la Escuela real y del Gimnasio.

Gimnasio. — Tres horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas en el Gimnasio. El curso de álgebra comprende las ecuaciones de primero y de segundo grado con una o más incógnitas, ecuaciones indeterminadas de primero y segundo grado, progresiones, logaritmos, el teorema del binomio y las fracciones contínuas.

Trigonometría. — Una y media a dos horas por semana

se dedican al estudio de la trigonometría. Durante este año se complementa el estudio de la trigonometría plana.

Escuela real. — El curso de álgebra en la Escuela real es prácticamente el mismo que en el Gimnasio, aunque más intensivo. En la Escuela real se dedica bastante atención a los números complejos y a las funciones enteras y sus raíces. El curso de trigonometría es el mismo que el del Gimnasio.

En este año, en la Escuela real, se estudian los elementos de la geometría analítica plana y del cálculo infinitesimal. El curso de geometría analítica comprende las derivadas y los principales teoremas referidos a coordenadas rectangulares. Se estudia el círculo con relación a coordenadas rectangulares y polares. Se considera la espiral de Arquímedes. Se desarrollan las ecuaciones de la elipse, de la parábola y de la hipérbola referidas a coordenadas rectangulares y polares. Se trata la elipse como proyección del círculo.

Cálculo infinitesimal. — Se estudian los principios de la teoría de los límites y sus aplicaciones a la medida del círculo y a la superficie y volumen del cilindro, cono y esfera. Se discuten los límites de los valores de $\frac{\text{sen } Z}{Z}$ cuando Z tiende hacia O, y de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ cuando n crece ilimitadamente. Se expone el sistema de logaritmos naturales. Se estudia la continuidad de funciones. Se considera la representación geométrica de funciones y de sus derivadas. Se deducen las fórmulas para la derivación de la suma, diferencia, producto y cociente de funciones y las derivadas de las funciones inversas. Se expone y aplica la teoría de máximos y mínimos. Se desarrollan las ecuaciones de la tangente y de la normal para un punto dado de la curva. Se consideran las integrales definidas e indefinidas.

Los alumnos que eligen este curso generalmente son los que se preparan para ingresar en las Escuelas de ingeniería.

España

No figuran matemáticas puras en el 10.º año escolar. El álgebra y la trigonometría se completan durante el año precedente y la física se estudia durante el 10.º año

Suecia

El 10.º año escolar es el 2.º del Gimnasio. En la sección clásica se dedican cuatro horas por semana al estudio de las matemáticas y seis en el Gimnasio real.

Gimnasio clásico — Se estudian potencias y raíces y el uso de las tablas de logaritmos. Los alumnos representan gráficamente funciones simples. Se hace una revisión de la geometría estudiada en los años anteriores y se resuelven numerosos problemas.

Gimnasio real.— Se hacen cálculos para la resolución de triángulos, retángulos y oblicuángulos. El concepto de función es tenido en cuenta durante todo el año. El estudio de la trigonometría es continuación de la teoría de las proyecciones y de la intersección de planos entre sí y de sólidos por planos.

Suiza

El 10.º año escolar es el 4.º del Gimnasio y el 2.º de la Escuela real.

Gimnasio. — Una y media horas por semana se dedican al estudio del álgebra. El curso comprende potencias y raíces, ecuaciones de 2.º grado con una incógnita, y de grado superior reducibles al 2.º grado, con una incógnita, números imaginarios y complejos.

Una y media horas se dedica generalmente al estudio de la geometría. El curso comprende el estudio de la semejanza de polígonos, ciclometría, aplicaciones del álgebra a la geometría, divisiones armónicas y transversales.

Se introduce la trigonometría plana y se da gran importancia al concepto de función.

Gimnasio real. — Dos horas por semana se dedican al estudio del álgebra, y tres y media horas al de la geometría y trigonometría. El curso comprende todo lo que se da en el Gimnasio, con el agregado de ángulos diedros y poliedros, y un estudio más intensivo de la trigonometría y goniometría.

Escuela real. — El curso es prácticamente el mismo que en el Gimnasio real. El estudio del álgebra es algo más intensivo e incluye algunas ecuaciones de tercer grado, logaritmos y progresiones aritméticas y geométricas.

Estados Unidos

Hay dos planes generales para la organización del curso de matemáticas para el año 10.º escolar.

El 1.º es el plan antiguo, que aún se usa mucho; pero el 2.º goza de más popularidad.

Primer plan. — Un semestre se dedica al estudio del álgebra. El curso comprende la teoría de exponentes, radicales, las ecuaciones de 2.º grado, los sistemas de ecuaciones de 2.º grado, teorema del binomio con exponente entero y positivo. La geometría se estudia en el semestre siguiente. Se completan los dos primeros libros.

Segundo plan. — Se dedica el año entero a la geometría, completando los cinco libros.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL DÉCIMO AÑO

El décimo año escolar es el segundo año de la escuela secundaria de los Estados Unidos. En la mayor parte de las escuelas el año entero se dedica al estudio de la geometría plana. En algunas escuelas la mitad del año se dedica al estudio del álgebra y la otra mitad al estudio de la geometría plana.

En las escuelas europeas las matemáticas del décimo año están más adelantadas que las de los Estados Unidos:

la diferencia entre los cursos matemáticos de este país y los de aquéllos es más marcada en las materias de geometría, trigonometría y dibujo.

En la mayor parte de las escuelas europeas el curso de álgebra es casi el mismo que en la primera mitad del tercer año de las escuelas secundarias de los Estados Unidos, es decir, que el curso empieza con el estudio de las ecuaciones cuadráticas, y continúa por las progresiones y el teorema binominal.

En muchos países europeos se da gran importancia al estudio de los logaritmos, intereses compuestos y anualidades.

Los cursos de geometría en el extranjero por lo común incluyen el estudio de figuras congruentes y semejantes, ciclometría, poliedros regulares, y las fórmulas para las superficies y volúmenes de los sólidos comunes.

La trigonometría se enseña durante el décimo año escolar en casi todas las escuelas europeas. La extensión del curso varía, pero por lo general toda la trigonometría plana se completa durante el año escolar. En algunos países la trigonometría esférica también se estudia, y el conocimiento así adquirido se aplica al estudio de la geometría sólida y de la geografía matemática.

La geometría descriptiva se estudia en el Liceo científico francés, en diversas escuelas reales y superiores de Alemania, y en algunas escuelas de Holanda y Hungría.

Al estudio del dibujo geométrico se da más importancia en Francia que en otros países. Los elementos de la geometría analítica se estudian en varios gimnasios reales y escuelas reales de Alemania, y en algunas escuelas reales de Rusia. En casi todos los países europeos, cuando el alumno ha completado el décimo año escolar, si ha seguido el curso científico, ha estudiado todas las matemáticas que se ofrecen durante todos los 12 años escolares de la mayoría de las escuelas de los Estados Unidos.

XII. — EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 11.º AÑO ESCOLAR

Austria

El 11.º año escolar es el último del Gimnasio y del Gimnasio real.

Gimnasio. — La geometría plana se completa durante el 11.º año escolar. Se da bastante importancia a la idea de función. No se enseña la trigonometría esférica en el Gimnasio. Se dan elementos de agrimensura y de mecánica, dando importancia a estos estudios. Se introduce la geometría analítica, limitando al principio las teorías a las coordenadas rectangulares. Se desarrollan y se aplican las fórmulas de distancias y áereas. Desde que la idea de función ha sido desarrollada en los años anteriores, se ahorra aquí mucho tiempo que se necesitaría para exponerla. La ecuación de la recta es presentada en cuatro formas,

$$y = mx + b, \quad ax + by + c = o, \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} =, \quad x \cos a + y \operatorname{sen} a - p = o.$$

Se estudian las secciones cónicas y las tangentes para cada cónica.

El curso de álgebra comprende el estudio de las progresiones aritméticas y geométricas, intereses compuestos, la teoría de permutaciones y combinaciones, variaciones, teorema del binomio con exponentes enteros y positivos, y las ideas fundamentales sobre la teoría de las probabilidades.

Escuela real y Gimnasio real. — Dos horas por semana se dedican a la geometría descriptiva. Se estudian las proyecciones ortogonales y oblícuas, dando bastante importancia al dibujo de perspectiva. Se estudian las secciones planas y planos tangentes. El fin principal del curso de descriptiva es desarrollar el concepto de espacio, y el

conocimiento práctico de la materia, que es base de estudio de las más avanzadas instituciones técnicas.

Generalmente se dedica una hora por semana al dibujo geométrico.

En la Escuela real se da más importancia que en e Gimnasio a la geometría analítica. La materia se trata como una continuación y extensión de la teoría de las funciones, la cual ha sido considerada en los años anteriores. La línea recta es completamente estudiada como base para otras figuras. Prácticamente todo cálculo se hace empleando coordenadas rectangulares. Se da importancia al estudio de las secciones cónicas. Se dedica especial atención a los problemas en que aparecen las secciones cónicas como lugares geométricos. Se aplican diferenciales e integrales fáciles a los problemas de física. Esos cálculos sólo se emplean cuando simplifican o hacen más intensivos los conocimientos de física. Hay una decidida tendencia y el propósito de restringir la materia teórica al mínimo posible.

Bélgica

El 11.º año escolar es el 5.º del Ateneo real. En la sección greco-latina, y en la comercial, tres horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. En la sección latina y en la científica se dedican seis horas a esa materia.

Sección greco-latina — El álgebra y geometría de los años anteriores se repasan completamente. Se resuelven ecuaciones de primer grado con una o más incógnitas y problemas simples. Se considera la interpretación de valores positivos, negativos, indeterminados e infinitos. Los resultados se generalizan en lo posible. Se estudia el teorema de los residuos y las fracciones algebraicas.

El curso de geometría comprende el estudio de las propiedades del círculo, cuerdas, secantes y tangentes, la congruencia y semejanza de triángulos y polígonos, líneas

proporcionales y problemas de construcción. Mucha importancia se da al dibujo a escala y a las mediciones dentro y fuera de la clase.

El curso de la sección científica y el de la latina son prácticamente los mismos. El estudio de la aritmética comprende una revisión completa de lo estudiado en los años anteriores, los caracteres de divisivilidad, m. c. d., m. c. m., números primos, el teorema de Fermat, fracciones comunes y decimales, cálculos aproximados, números complejos y raíz cúbica.

El curso de álgebra comprende la resolución de ecuaciones de primer grado con una o dos incógnitas, y de ecuaciones simples de segundo grado con una incógnita, raíz cuadrada de binomios, las progresiones, logaritmos, intereses compuestos y anualidades, máximos y mínimos.

En geometría se hace el estudio de los polígonos regulares, círculo y transversales.

Se definen las funciones trigonométricas y se desarrollan y aplican las fórmulas fundamentales. Gran importancia se atribuye a las operaciones de agrimensura, especialmente a la nivelación. Se dibujan a escala numerosas figuras.

Dinamarca

El 11.º año escolar es el 2.º del Gimnasio, dos horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas en la sección clásica y en la de lenguas modernas; y seis horas por semana se consagran a la materia en la sección matemático-científica del Gimnasio.

Las funciones trigonométricas se definen y representan gráficamente, y se desarrollan y aplican las principales fórmulas de trigonometría, dedicándose alguna atención a la goniometría.

Se desarrollan las fórmulas para calcular las superficies y volúmenes de los sólidos regulares, y se consideran las ideas fundamentales de las secciones cónicas. Se es-

tudian los principales teoremas de la geometría del espacio. Se estudian los triángulos esféricos y la simetría y semejanza.

Inglaterra

El 11.º año escolar es el último de la Escuela central. El alumno que ha completado el estudio de este año, está en condiciones de resolver todo problema ordinario de aritmética, especialmente cualquier problema de naturaleza práctica. Se consideran y aplican los métodos comerciales. Se da importancia a los gráficos y cálculos aproximados. Se resuelven muchos problemas sobre pesos, volúmenes y densidades. En algunas escuelas se enseñan las operaciones simples de agrimensura y su representación gráfica.

El curso de álgebra comprende el estudio de las ecuaciones de segundo grado, gráficos, coeficientes fraccionarios, índices, fórmulas, radicales, logaritmos, progresiones aritméticas y geométricas.

Se hace una revisión de la geometría estudiada en los años anteriores; se amplian los conocimientos, haciéndose el estudio estrechamente relacionado con el dibujo de máquinas y con las ciencias. Los alumnos estudian el círculo, la elipse, nociones sobre vectores, áreas y se ejercitan en sencillas construcciones geométricas.

El estudio de la trigonometría comprende los logaritmos y problemas sobre alturas y distancias. Se construyen ángulos dando el seno, coseno o tangente correspondientes.

Finlandia

El 11.º año escolar es generalmente el último del curso. El informe no da detalles; pero cuando el alumno ha completado el curso ha concluido el estudio del álgebra en las permutaciones y combinaciones. Ha estudiado la

geometría plana y la del espacio y los elementos de la trigonometría. En la sección clásica del Liceo, de trigonometría, solamente se estudia la resolución de los triángulos rectángulos.

Francia

El 11.º año escolar es el único año que prepara para la 2.ª parte del grado de bachiller. Es llamado este curso «Sección Matemáticas», 8 horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas.

Se consideran las partes teóricas de la aritmética. Se dedica especial atención a la teoría de los números primos y decimales periódicos. El curso de álgebra comprende una revisión y una ampliación del estudio del año precedente. Se resuelven ecuaciones de 1.º y 2.º grado, con dos o más incógnitas. Se estudian las desigualdades de 1.º y de 2.º grado. Se estudian las proporciones aritméticas y geométricas, logaritmos, intereses compuestos y anualidades. Se introducen las coordenadas, y se derivan algunas ecuaciones simples. Se representan gráficamente las funciones

$$y = ax + b \qquad y = \frac{ax + b}{a'x + b'} \qquad y = ax^2 + bx + c \qquad y = ax^4 + bx^2 + c$$

Se investiga el máximo y el mínimo de ciertas funciones de coeficientes numéricos. Se calculan las áreas de curvas como funciones de la abscisa.

El curso de trigonometría comprende una revisión y la aplicación de la trigonometría a la agrimensura.

El curso de geometría comprende una completa revisión de los estudios hechos en los años anteriores con el agregado de ejes radicales, polares, inversiones, teoría de los vectores y proyecciones centrales. Se consideran la elipse, la hipérbola y la parábola, deduciendo las respectivas ecuaciones. Se resuelven problemas sobre las tangentes de esas tres curvas.

El curso de geometría descriptiva comprende el estudio de la recta, plano, círculo, cono, cilindro y esfera. Se consideran secciones planas de los sólidos. Se estudian las sombras y se dan las ideas fundamentales de la construcción de los mapas topográficos. Se dedica bastante atención a la mecánica y a la cosmografía durante este curso.

Alemania

El 11.º año escolar es el 8.º de la Bürgeschule, Gimnasio, Gimnasio real y Escuela real.

El curso del gimnasio comprende el estudio de las progresiones aritméticas y geométricas, intereses compuestos y anualidades. Se completa la geometría del espacio y se introduce los elementos de la geometría analítica plana.

Gimnasio real. — Cinco horas por semana se dedican a las matemáticas, tres horas al álgebra y a la trigonometría y dos a la geometría descriptiva. Se estudia la teoría de las permutaciones y combinaciones, el teorema del binomio y la teoría general de ecuaciones de grados superiores. Se termina la trigonometría esférica y se aplica al estudio de la geografía matemática.

El curso de geometría descriptiva comprende la determinación gráfica de puntos, líneas y planos y los problemas correspondientes. Se resuelven numerosos problemas siendo dadas las distancias entre puntos, líneas y planos conocidos.

Escuela real superior. — Dos horas por semana se dedican al estudio del análisis y los elementos del cálculo infinitesimal. Se repasa el álgebra de los años anteriores. Se estudian las permutaciones, combinaciones y el teorema del binomio. Se introducen las ideas de límite y de derivadas. Se deducen los derivadas de potencias, seno y coseno. El estudio se hace estrechamente relacionado con la física y con la mecánica.

Tres horas por semana se dedican al estudio de la

geometría analítica y sintética. Se introducen las coordenadas geométricas. Se estudian la recta, circunferencia, haces de rayos, tangentes, polos y polares. Se dedica alguna atención a la teoría de las proyecciones.

El curso de geometría descriptiva comprende el estudio del cilindro, cono y esfera, y la introducción del dibujo de perspectiva.

Holanda

El 11.º año escolar es el 5.º de la Escuela media y del Gimnasio. Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas.

Escuela media. — Se repasa y amplía el álgebra estudiada en años anteriores. Se continúa y amplía el estudio de la trigonometría y se introducen las funciones circulares. Se hace una revisión de la geometría plana; y se estudia el cono, cilindro y la esfera. Se completa el curso de geometría descriptiva con el estudio de las superficies curvas. Dos horas se dedican a la mecánica y una a la cosmografía.

Gimnasio. — Dos horas por semana se dedican al álgebra y dos a la geometría. El curso de álgebra comprende el estudio de las ecuaciones de segundo grado, radicales, exponentes fraccionarios y negativos, progresiones aritméticas y geométricas, logaritmos y ecuaciones indeterminadas de 1.er grado. Se completa el estudio de los sólidos.

En algunos Gimnasios los alumnos que especializan las matemáticas y la física, hacen un curso más avanzado de matemáticas. El curso comprende además máximos y mínimos, la teoría de los límites y algo de trigonometría.

Hungría

El 11.º año escolar es el 7.º del Gimnasio y de la Escuela real. En la Escuela real, de tres a cinco horas se

dedican al estudio de las matemáticas. El curso comprende el estudio de las progresiones, aritméticas y geométricas decimales periódicas, intereses compuestos y anualidades, empréstitos del Estado, ecuaciones indeterminadas de primer grado, teorema del binomio, fórmulas simples relativas a superficies y volúmenes, el estudio de la trigonometría y sus aplicaciones a la agrimensura y geografía.

Dos o tres horas se dedican al estudio de la geometría descriptiva. El curso comprende las proyecciones ortogonales, ángulos de inclinación, la intersección de sólidos simples por rectas y planos, construcción de sombras, la rotación de planos y figuras simples alrededor de ejes verticales y el cambio de planos de proyección.

Gimnasio. — De dos a tres horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas. El curso de álgebra comprende intereses y anualidades, empréstitos del Estado, progresiones, decimales periódicas, y la teoría de las ecuaciones de 2.º grado.

El curso de geometría comprende el estudio de las coordenadas de un punto, la distancia entre dos puntos, los gráficos e importantes teoremas de la geometría del espacio, especialmente los que se refieren a superficies y volúmenes.

Italia

El 11.º año escolar es el 2.º del Liceo. Seis horas por semana se dedican a las matemáticas. Se completan los libros IV, V, VI, XI y XII de la geometría plana y de la del espacio. Se estudia la teoría de las proporciones, potencias, ecuaciones de 1.º y de 2.º grado con una o más incógnitas, cantidades radicales y progresiones. Se estudian elementos de trigonometría.

Japón

El 11.º año escolar es el 5.º y, en algunas escuelas, el último año escolar de la Escuela media.

Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas, siendo de ellas, dos para la geometría y dos para la trigonometría.

El curso de geometría comprende la aplicación de las proporciones, el estudio de las áreas y de lugares geométricos, rectas y planos, ángulos sólidos, poliedros, el prisma, la pirámide, la esfera, el cilindro y el cono.

El curso de trigonometría comprende las funciones y su representación gráfica para ángulos agudos y obtusos, el desarrollo y uso de las principales fórmulas, la resolución de triángulos, rectángulos y oblicuángulos, el uso de las tablas logarítmicas y las aplicaciones de la trigonometría a la agrimensura.

Rumania

El 11.º año escolar es el 3.º año del Liceo. Cuatro horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. Se da bastante importancia a la mecánica.

El curso de álgebra comprende el estudio de las series, convergencia, número *e*, funciones exponenciales, logaritmos, derivadas de la exponencial, funciones logarítmicas y circulares, funciones homogéneas y números complejos.

En geometría descriptiva se consideran nociones de proyecciones, la representación de un punto por sus proyecciones sobre dos planos perpendiculares, y las proyecciones de una recta.

Los conocimientos de álgebra y de geometría se utilizan mucho para el estudio de la mecánica.

Rusia

El 11.º año escolar es el 8.º y último año del Gimnasio. De tres a cuatro horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas. Una revisión completa se hace de los estudios matemáticos hechos en los años anteriores,

siendo una hora semanal dedicada a la aritmética. Se considera el teorema del factor y la transformación de ecuaciones con incógnitas en el denominador.

Suecia

El 11º año escolar es el 3.º año del Gimnasio. En la Sección latina se dedican tres horas semanales a las matemáticas, y cuatro horas en el Gimnasio real.

En el Gimnasio se completa la trigonometría y la geometría del espacio. Se estudia las progresiones aritméticas y geométricas, y el interés compuesto. Se consideran gráficos de funciones sencillas, tales como $y = \text{sen}\ x$.

En el Gimnasio real, se agrega, al curso arriba indicado, geometría analítica, y se da bastante importancia al dibujo lineal. Se hace un estudio de la teoría de las sombras.

Suiza

El 11.º año escolar es el 5.º del Gimnasio y el 3.º de la Escuela real. En la sección literaria dos horas semanales se dedican al álgebra y una y media a la geometría. En el Gimnasio real dos horas semanales se dedican al álgebra, una a la geometría descriptiva y una a la teneduría de libros. En la Escuela real se dedican dos y media horas semanales al álgebra, tres a la geometría y tres y media a la descriptiva.

Gimnasio literario. — Se estudian los logaritmos, ecuaciones exponenciales, progresiones, intereses compuestos, anualidades, ecuaciones indeterminadas de primer grado y trigonometría plana.

Gimnasio real.—Se agrega al curso arriba indicado, fracciones continuas, ecuaciones de 2.º grado con dos incógnitas y geometría del espacio. Se estudia también geometría y taquigrafía con sus aplicaciones.

Escuela real.--El curso en la escuela real es el mismo

del Gimnasio real con el agregado de las resoluciones aproximadas de las ecuaciones de grado superior. Se tratan además los elementos de trigonometría esférica aplicadas a la geografía y los elementos de la geometría analítica plana.

Tanto en el Gimnasio real como en la Escuela real se estudia la geometría descriptiva; pero el curso es más intensivo en la Escuela real. Se considera la relación de puntos, rectas, planos y sólidos simples en proyecciones horizontal y vertical. Se tratan los problemas fundamentales de las construcciones de la descriptiva. Se estudian las proyecciones del círculo, y merecen especial atención los triángulos, prismas, pirámides y sólidos regulares.

Estados Unidos

El 11.º año escolar es el 3.º de la Escuela secundaria. Los cursos de matemáticas varían algo, pero en la mayor parte de las escuelas el segundo curso de álgebra se da durante el primer semestre y la geometría del espacio se estudia durante el segundo semestre.

El curso de álgebra comprende el estudio de radicales y exponentes, ecuaciones de 2.º grado con una y dos incógnitas, la teoría de las ecuaciones de 2.º grado, ecuaciones que se reducen a las de 2.º grado, progresiones y teorema del binomio.

El curso de geometría del espacio comprende el estudio de los libros VI, VII, VIII y IX.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL UNDÉCIMO AÑO

El undécimo año escolar es el tercer año de la escuela secundaria de los Estados Unidos. En la mayor parte de las escuelas el curso de matemáticas incluye medio año de álgebra y medio año de geometría sólida. En algunas escuela, el primer semestre se dedica al estudio de la geometría sólida, y el último semestre al de la trigonometría.

En las escuelas de Europa el estudio del álgebra durante el undécimo año escolar incluye el estudio de las progresiones aritméticas y geométricas, permutaciones y combinaciones, la teoría de probabilidades, el teorema del binomio, y determinantes. Las materias precedentes están incluídas en los cursos más adelantados de Austria, Francia, Alemania, Holanda, Hungría, Suecia, Suiza y Rumania. La trigonometría que fué completada durante el décimo año escolar se aplica a mediciones topográficas. Mucha más importancia se da a las materias de cosmografía y a la mecánica que en los Estados Unidos. La geometría descriptiva se estudia en Austria, Alemania, Francia, Holanda, Hungría y Suiza y el estudio del dibujo geométrico se continúa en Austria.

La geometría analítica se estudia en algunas escuelas de Austria, Francia, Alemania, Hungría y Suecia, y los elementos del cálculo diferencial se estudian en algunas escuelas reales de Austria, y en las escuelas reales superiores de Alemania. El cálculo se aplica en el estudio de la física. La trigonometría esférica se enseña en varios países, y por lo común se aplica en el estudio de la geográfía matemática.

Cuando el alumno europeo haya completado el undécimo año escolar, si ha elegido el curso científico, ha estudiado más matemáticas de las que se ofrecen en cualquiera, excepto muy pocas, de las escuelas secundarias más adelantadas de los Estados Unidos.

XIII. EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL 12.º AÑO ESCOLAR

Austria

El 12.º año escolar es el 8.º y último año del Gimnasio y del Gimnasio real.

Gimnasio.—Se hace una completa revisión de las ma-

temáticas estudiadas en los años precedentes, intensificando el estudio de diversos puntos. Se consideran las aplicaciones prácticas, dedicando bastante atención a la historia de la materia y a la presentación de ideas generales relativas a las matemáticas superiores. En el Gimnasio y Gimnasio real se tratan los elementos del cálculo diferencial e integral. Se trata la materia en estrecha relación con la teoría de las funciones ya considerada en los años anteriores.

Se consideran especialmente las siguientes funciones:

$$ax + b, \quad ax,^2 + bx + c, \quad ax,^3 \quad \frac{c}{ax + b}, \quad \frac{a}{x^2}, \quad \sqrt{x}, \quad \text{Sen } x, \cos x, a^x \text{ y } \frac{a}{\log x}.$$

Se proponen problemas para determinar las tangentes de las curvas y velocidades; además se estudian los máximos y mínimos

Bélgica

El 12.º año escolar es el 6.º del Ateneo real. En la Sección greco-latina y en la comercial se dedican tres horas semanales a las matemáticas. En la Sección latina y en la científica se consagran seis horas semanales al estudio de las matemáticas.

Sección greco-latina. — Se estudia el cuadrado y raíz cuadrada, radicales, ecuaciones de 2.º grado, y las que se reducen al mismo grado, progresiones aritméticas y geométricas, proporciones, logaritmos, intereses y anualidades.

Se repasa la geometría estudiada en los años anteriores y se completa la geometría del espacio. Se estudia la trigonometría. Se usan las tablas, y se desarrollan las fórmulas para la resolución del triángulo rectángulo, haciéndose aplicaciones a numerosos problemas.

Secciones científica y latina. — Se hace una revisión del álgebra y de la geometría plana, y se estudia la trigonometría y sus aplicaciones.

Se consideran los diferentes sistemas de numeración y

se hacen cálculos con números de sistemas diversos. Se ejercitan métodos abreviados para multiplicar y dividir. Se estudia la aplicación de los coeficientes indeterminados a las funciones y la relación entre los coeficientes de ecuaciones algebraicas sujetos a satisfacer determinadas condiciones. Se resuelven diversos problemas de máximos y mínimos. Se consideran las fracciones continuas. Se estudian las ecuaciones indeterminadas de primer grado, las permutaciones y combinaciones, teorema del binomio, suma de series, potencias y raíces, ecuaciones radicales, ecuaciones exponenciales y logaritmos de Neper.

El curso de geometría plana comprende el estudio de las funciones, haces armónicos, polos y polares y los teoremas de Pascal y de Brianchon relativos al círculo.

El curso de geometría del espacio comprende en general la materia contenida en los libros VI, VII, VIII y IX.

Dinamarca

El 12.º año escolar es el 3.º y el último año del gimnasio. En las Secciones clásica y de lenguas modernas dos horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas, y en la Sección ciencias seis horas semanales se consagran al mismo asunto.

El curso comprende una revisión comprensiva de las matemáticas estudiadas en los años anteriores. Se exponen los elementos de la geometría analítica. Los alumnos aprenden a determinar puntos y curvas por medio de coordenadas rectilíneas y polares. Se desarrollan las fórmulas de las ecuaciones de la línea recta y del círculo, de las tangentes, parábola, elipse e hipérbola; y se estudian los principales teoremas sobre tangentes, normales y asintotas.

Además, a esos cursos los alumnos pueden agregar uno de los siguientes, electivos:

A) Determinantes con sus aplicaciones a las ecuaciones

de primer grado, fracciones continuas y sus aplicaciones, la ecuación general de segundo grado tratada analíticamente, el icosaedro y el dodecaedro y la representación de otros poliedros por medio de proyecciones ortogonales en planos rectangulares y las secciones planas de esos sólidos.

B) Cálculo infinitesimal. El curso comprende el cálculo con magnitudes infinitesimales, así como la introducción del cálculo diferencial e integral, la continuidad de funciones, la derivada de la función x^n (siendo n racional), las derivadas de las funciones trigonométricas, y las de la suma, producto, cociente y función de función, el teorema de Rolle y los máximos y mínimos. Se desarrolla el teorema de Taylor para funciones enteras. Se consideran las integrales de las funciones definidas y se integran las funciones más simples. Se hacen aplicaciones fáciles a la geometría y a la física.

Inglaterra

La instrucción en la Escuela Central termina generalmente en el 7.º año. En las escuelas privadas como Eton, Harrow, Rugby y Winchester hay alumnos desde la edad de 13 $^1/_2$ años hasta 19. Muchos de esos alumnos ingresan en las Universidades o en el Ejército.

En la mayor parte de las escuelas privadas hay tres cursos:

a) Curso clásico, que aproximadamente corresponde al Gimnasio alemán;

b) Curso moderno que aproximadamente corresponde al Gimnasio real alemán;

c) Curso militar.

Los cursos (a) y (b) tienen generalmente casi igual número de alumnos.

El curso (c) es generalmente el menos concurrido.

En el curso moderno, de cuatro a seis horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas: los detalles de este curso no tienen importancia en el informe de la Comisión inglesa. Gran importancia se da a las condiciones de ingreso referentes a las matemáticas para las Universidades de Oxford y de Cambridge, y mucho más tiempo se dedica a esas materias en los cursos clásicos de Inglaterra que en los correspondientes de Francia y Alemania.

Francia

El 12.º año escolar se llama generalmente clase de Filosofía. Se estudian las relaciones entre el álgebra y la geometría, dedicando bastante atención a los gráficos. Los alumnos aprenden a construir un rectángulo del cual se da un lado, y es equivalente a un cuadrado dado, y resuelven gráficamente otros problemas semejantes. Se amplía la noción de coordenadas y se continúa el estudio de las funciones. Se usa el papel cuadriculado para la determinación de áreas. Se discute la teoría de los límites. Se deduce la fórmula para el área de la parábola. Se aplican los métodos del cálculo infinitesimal para la evaluación de áreas y volúmenes ya considerados en geometría elemental.

Alemania

El 12.º año escolar es el 9.º y último año de la Burgerschule; Gimnasio, Gimnasio real, Escuela real y escuela real superior.

Gimnasio. — Se aplican las fórmulas de la trigonometría elemental a la geografía matemática y a la astronomía elemental. Se hace un repaso general de las matemáticas estudiadas en los años anteriores, y se consideran especialmente las aplicaciones, a la física. Se introduce el concepto de coordenadas y se aplica al estudio de las cónicas.

Gimnasio real y Escuela real.—Cinco horas semanales se dedican a las matemáticas y dos a la física; ambas materias se consideran estrechamente relacionadas. Tres horas se dedican generalmente al estudio de la geometría analítica plana y a una revisión general de las matemáticas estudiadas en los años precedentes. Al estudio de la geometría analítica corresponde el punto, la recta y el círculo. Dos horas semanales se dedican generalmente al estudio de la geometría descriptiva. Se consideran pirámides, prismas, conos, cilindros y esferas y las secciones de esos cuerpos. Generalmente no se consideran la elipse y la parábola. En algunas escuelas se estudian las ecuaciones de tercer grado.

Escuela real superior—Cinco horas por semana se dedican al estudio de las matemáticas. El curso comprende la geometría analítica y el cálculo infinitesimal. Se estudian las funciones logarítmica y exponencial y sus derivadas. Se hacen ejercicios simples con integrales indefinidas y definidas. Se aplican los principios del cálculo a ejercicios de mecánica.

El curso de geometría comprende el estudio de las cónicas tratadas analítica y sintéticamente. Esas curvas son tratadas como secciones de un cono recto circular. Se expone el teorema de Quetelet-Dandelin. Se considera especialmente la relación entre el álgebra y la geometría.

El curso de geometría descriptiva es continuación y ampliación del curso del año anterior.

Se hace un repaso general de las matemáticas estudiadas en los años precedentes, haciéndose además, un desarrollo histórico de la materia.

Holanda

El 12.º año escolar es el 6.º año del Gimnasio: algunas veces se llama año preparatorio. Se estudia la trigonometría plana y esférica y los elementos de la geometría analítica. Se hace un repaso general de las matemáticas

estudiadas en los años anteriores. Se hace especialmente el estudio de las permutaciones y combinaciones, la teoría de las probabilidades, determinantes, fracciones continuas, series superiores y funciones. Se establece la correlación entre las matemáticas y la física.

Hungría

El 12.º año escolar es el 8.º y último año de la Burgerschule, Gimnasio y Gimnasio real.

En el Gimnasio y Bürgerschule se dedican a las matemáticas dos horas semanales y en la Escuela real se dedican tres horas a las matemáticas y dos a la geometría descriptiva.

Gimnasio y Bürgerschule. — Se estudian las permutaciones y combinaciones, la teoría de las probabilidades, el teorema del binomio y el triángulo de Pascal, y se hace un repaso general del álgebra. Se aplican las fórmulas de la trigonometría esférica al estudio de la geografía. Se exponen las ideas fundamentales sobre las coordenadas. Se continúa el estudio del dibujo a pulso y se hace un repaso general de la geometría.

Escuela real. — Se hace un repaso general del álgebra estudiada en los años anteriores. Se expone la teoría de las coordenadas y se aplican al desarrollo de las principales ecuaciones de puntos, distancias, rectas y círculo. Se estudia la elipse, parábola e hipérbola como lugares geométricos, y se repasa completamente la geometría.

El curso de geometría descriptiva comprende el estudio de las proyecciones ortogonales, la representación de conos, cilindros, esferas y la intersección de esos cuerpos por líneas y planos, planos tangentes, trazado de sombras, y un repaso completo de las partes estudiadas en los años precedentes.

Italia

El 12.º año escolar es el 3.º y último del Liceo. No figuran las matemáticas en este año.

Japón

En la mayor parte de las escuelas termina en el 11.º año la escuela media. Cuando existe un año adicional generalmente se dedica el tiempo a una revisión general de las matemáticas estudiadas en los años anteriores, y a un estudio mas intensivo de la materia

Rumania

El 12.º año escolar es el 4.º y último del Liceo. Cinco horas semanales se dedican al estudio de las matemáticas.

El curso de álgebra comprende la teoría de las raíces, teoremas de Rolle y de Descartes, la resolución de ecuaciones de grado superior; el estudio de las raíces enteras, fraccionarias e irracionales, los métodos de aproximación y otras ideas elementales sobre la teoría de las ecuaciones.

El curso de geometría analítica comprende el estudio de las coordenadas rectangulares y problemas relativos a la línea recta, círculo, elipse, hipérbola y parábola y sus propiedades. Se da bastante importancia al estudio de la cosmografía, y su estudio se hace en estreccha conexión con el de las matemáticas.

Rusia

El curso termina en el 11.º año.

Suecia

El 12.º año escolar es el 4.º y último año del Gimnasio. En el Gimnasio clásico cinco horas semanales, y seis en el Gimnasio real, se dedican al estudio de las matemáticas.

Gimnasio. — El curso comprende un repaso general de las matemáticas de los años precedentes, y los principios elementales de la geometría analítica. Se enseña el dibujo lineal y los principios de la perspectiva.

Gimnasio real. — Se expone el concepto de las derivadas, y se aplican para encontrar los máximos y mínimos y para la determinación de ecuaciones referidas a ejes rectangulares. Solamente se desarrollan expresiones simples como

$$y = x,^2 \quad y = x,^3 \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \sqrt[3]{x} \quad x\,y = \text{Sen } x$$

Suiza

El 12.º año escolar es el 6.º del Gimnasio y el 4.º de la Escuela real.

En el Gimnasio clásico cuatro horas por semana, y cuatro y media horas en el Gimnasio real se dedican al estudio de las matemáticas. En la escuela real nueve horas se dedican generalmente a esas materias.

En el Gimnasio real dos horas semanales se dedican generalmente al álgebra, una y media horas a la geometría y una hora a la geometría descriptiva. En la Escuela real tres horas se dedican al álgebra, dos y media a la geometría y tres y media a la geometría descriptiva.

Gimnasio. — El curso comprende la resolución de ecuaciones de 2.º grado difíciles, y el estudio de las permutaciones y combinaciones, la teoría de las probabilidades y el teorema del binomio. Se considera la correlación de las matemáticas con la mecánica y la física. En algunos

Gimnasios se exponen las ideas fundamentales de la geometría analítica y del cálculo infinitesimal.

Escuela real. — El curso comprende el estudio de las series, intereses compuestos y anualidades, permutaciones y combinaciones y el teorema del bimonio. Se enseñan los principios de la geometría analítica y se desarrollan y aplican las fórmulas fundamentales del punto, recta, elipse, parábola e hipérbola. En la mayor parte de las Escuelas reales se exponen los elementos del cálculo infinitesimal. En algunos de los Gimnasios y Gimnasios reales se trata el teorema de Moivre y las operaciones con los números complejos. También se enseña en algunos de los Gimnasios reales y Escuelas reales los métodos aproximados para la resolución de ecuaciones numéricas y de las indeterminadas, fracciones continuas, máximos y mínimos y la trigonometría esférica. En muchas de las Escuelas reales se enseñan también los elementos de la geometría analítica del espacio. Alrededor del tercio de las Escuelas reales incluyen la ecuación general de segundo grado con dos variables. El estudio de las secciones cónicas es muy completo en la mayoría de las Escuelas reales.

En los cursos de cálculo diferencial e integral la transición de las diferencias a las derivadas es obtenida por métodos de geometría objetiva en cada caso. Se desarrollan las funciones exponencial y logarítmica, y se enseñan las reglas para la derivación de la suma, producto y cociente y de una función de función. Se estudian las ecuaciones de las tangentes de las secciones cónicas y de otras curvas. En pocas escuelas se enseña el cálculo diferencial, pero no el integral. En algunas Escuelas se enseña el cálculo diferencial pero sólo se estudia muy someramente el integral. En la mayor parte de las escuelas, desde hace muchos años se enseñan los elementos del cálculo infinitesimal.

El curso de geometría descriptiva comprende el trazado de secciones planas de los sólidos regulares y sus

intersecciones; además la representación de cilindros rectos y conos, y planos tangentes.

Estados Unidos

El 12.º año escolar es el último año de la Escuela secundaria. Los cursos de matemática varían algo, pero en la mayor parte de las escuelas se estudia la trigonometría durante el primer semestre y el álgebra de colegio (complementos) durante el segundo semestre. En muchas de las escuelas se considera la aplicación de la trigonometría a la agrimensura y actualmente se hace alguna práctica en agrimensura.

Generalmente no se incluye la trigonometría esférica, pero no es raro que el curso incluya el estudio del triángulo esférico rectángulo.

El curso complementario de álgebra generalmente comprende una revisión general de las ecuaciones de segundo grado con dos o más incógnitas, construcción de gráficos, proporciones, progresiones, el teorema del binomio para exponentes enteros y positivos, determinantes, desigualdades, permutaciones y combinaciones, la teoría de probabilidades y los métodos para la aproximación de las raíces. Las matemáticas del 12.º año escolar son siempre electivas.

SUMARIO DEL ESTUDIO DEL DUODÉCIMO AÑO ESCOLAR

El duodécimo año escolar es el último año de la escuela secundaria de los Estados Unidos. En muchas escuelas el primer semestre se dedica al estudio de la geometría sólida, y el último semestre a la trigonometría o a la aritmética comercial. En algunas escuelas, el primer semestre se dedica al estudio de la trigonometría plana, y el último semestre al estudio del álgebra complementaria. Raramente se ofrecen cursos en los Estados Unidos de la trigonometría esférica más allá del estudio del triángulo esférico rectángulo.

En casi todos los países europeos, el duodécimo año escolar empieza o termina con un repaso comprensivo de las matemáticas de los años anteriores.

Se da una gran importancia a ese repaso en Austria Alemania, Dinamarca, Holanda y Hungría. Las aplicaciones prácticas de las matemáticas se recomiendan en la mayor parte de los países, y en Austria y en Alemania, se dedica alguna atención a la historia de las matemáticas. La trigonometría esférica se estudia en las escuelas de Holanda, Alemania, Hungría y Suiza; y la geometría analítica se estudia en Dinamarca, Alemania, Austria, Hungría, Suecia, Suiza y Rumania. En algunos Cantones de Suiza se estudia la geometría sólida analítica. La geometría descriptiva se estudia en Alemania, Austria, Hungría y Suiza, y el álgebra complementaria se estudia en la mayoría de los países. El cálculo diferencial y el integral se estudia en las escuelas de Austria, Bélgica, Dinamarca, Francia, Suecia, Suiza, Rusia, Alemania y Rumania.

Las relaciones entre el álgebra y la geometría se recalcan especialmente en Francia, y las relaciones entre las matemáticas y la física se tratan especialmente en Alemania, Holanda y Suiza.

Cuando el alumno europeo ha completado su duodécimo año escolar, ha tenido la oportunidad de estudiar más matemáticas de lo que se estudia en cualquiera de las escuelas secundarias de los Estados Unidos.

Además los alumnos europeos practican más la aplicación de las matemáticas a la física, a la cosmografía y a la geografía matemática que los alumnos americanos. El estudio simultáneo de varias materias matemáticas da, como resultado, un dominio más completo de cada una: los alumnos europeos adquieren un concepto claro de las ciencias matemáticas, de su unidad y de sus aplicaciones, que muy difícilmente pueden alcanzar los alumnos americanos.

Pueden emplear la aritmética y el álgebra en la solu-

ción de problemas geométricos, y la aritmética y la geometría en la solución de problemas algebraicos mucho mejor que los alumnos americanos. Poseen algunos conocimientos de geometría analítica y del cálculo infinitesimal: los ejercicios y los repasos frecuentes, tan comunes en las escuelas europeas, dan a los estudiantes europeos una gran cantidad de datos y fórmulas matemáticas que pueden emplear más fácilmente que sus colegas americanos. Las matemáticas para aquéllos constituyen un estudio interesante y de continua aplicación y han alcanzado a apreciar algo de su significado más profundo.

XIV. — VARIOS PUNTOS IMPORTANTES DE DIFERENCIA ENTRE EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EL EXTRANJERO Y EN LOS ESTADOS UNIDOS.

Las escuelas europeas realizan cierta clase de estudios que no hacemos nosotros, otros que no podemos esperar hacerlos en las condiciones actuales, y otros que talvez no querríamos hacer si pudiésemos. También están haciendo estudios que nosotros quisiéramos poder hacer, y otros qué probablemente haremos antes de haber pasado muchos años.

En todos los países europeos el período de la escuela secundaria dura por lo menos 6 años. En la mayor parte de los países la mayoría de los profesores de enseñanza superior a la de la escuela primaria han tenido la ventaja de una enseñanza técnica o universitaria. Los profesores tienen un conjunto de conocimientos que es poco común entre los profesores en los Estados Unidos.

Se prevé abundante tiempo para los ejercicios diarios de matemáticas. El profesor europeo se da cuenta que estos ejercicios diarios son absolutamente necesarios para dar al alumno un verdadero dominio de los principios numéricos y de sus relaciones: simples nociones y un conocimiento superficial de la materia no bastan. Se trata

de que el alumno conozca completamente ciertos datos y principios, y para este fin se han establecido los ejercicios diarios. Una parte no pequeña de la perfección en los detalles, tan característica de la mayor parte de las escuelas europeas, puede derivarse de estos ejercicios. El alumno americano posee algunos informes sobre una gran cantidad de materias, pero muchos de sus conocimientos son vagos e indefinidos, más bien que conceptos claros respecto de determinados asuntos.

En todas partes el álgebra se enseña antes que en los Estados Unidos. En ciertas escuelas alemanas algún estudio de álgebra se empieza en el sexto año escolar, y en ningún país, excepto en los Estados Unidos, se posterga este estudio preliminar después del séptimo año escolar.

Alguna enseñanza de la geometría gráfica y de observación o intuitiva siempre se hace durante los años escolares sexto, séptimo y octavo. Esta enseñanza es siempre de una naturaleza propedéutica. Se ejercitan mucho los cálculos y las construcciones geométricas.

En todas las escuelas europeas el álgebra y la geometría se estudian simultáneamente, durante una cantidad considerable de años. Las diversas materias matemáticas tienen más correlación que en este país.

El alumno que está estudiando geometría, puede usar la aritmética y el álgebra más fácilmente que los alumnos americanos.

La introducción de las funciones trigonométricas, mientras el alumno estudia las figuras semejantes en geometría, está sancionada por la mayoría de los mejores profesores europeos. La distinción entre la geometría plana y la sólida es mucho menos marcada que en este país. Esto se debe, en parte, al hecho de que los modelos se emplean muy ampliamente en la enseñanza de la geometría.

En todas partes se intenta encontrar aplicaciones genuinas de matemáticas que estén realmente dentro de la experiencia del alumno, y ligar las matemáticas lo más estrechamente posible con las actividades de la vida

real. El dibujo y la física a menudo son enseñados por el mismo profesor, y se encuentra que la correlación entre estas materias es en provecho de ambas.

Los profesores europeos creen que los cursos de matemáticas deberían ser planeados por los que tienen conocimientos de matemáticas, más bien que por instructores prácticamente ignorantes de la materia.

Los informes no indican que las escuelas europeas sean de opinión de disminuir la importancia del álgebra y de la geometría, ni de reducir el estudio para ninguna de estas materias. Si existiera presión alguna en ese sentido, hasta ahora no ha producido modificación de los planes de estudio.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA DEFICIENCIA DE LA ENSEÑANZA CIENTÍFICA, Y ESPECIALMENTE DE LA MATEMÁTICA, EN LAS ESCUELAS SECUNDARIAS LATINO-AMERICANAS.

Adelanto algunas ideas sobre este punto, refiriéndome a las conclusiones que desde luego resultan del informe de la Comisión norteamericana. Más adelante, después de publicar los planes de estudio, horarios, programas e instrucciones que rigen la enseñanza secundaria europea, justificaré mis críticas con el estudio comparativo de esta enseñanza con la de los países latino-americanos.

I

El informe de la Subcomisión norteamericana sobre la enseñanza matemática, da una idea suficientemente clara de la forma y extensión con que se hace el estudio de esa ciencia, desde las clases más elementales hasta terminar los estudios secundarios, en los países que menciona ese informe.

Estudiando detenidamente los cuadros gráficos y los programas sintéticos que figuran en el citado informe y las observaciones que al final hace la Subcomisión, se observa, con relación a la enseñanza europea:

1.o Que en casi todos los países europeos los alumnos de enseñanza secundaria ingresan en ella entre los 10 y 11 años de edad;

2.o Que en casi todas las escuelas secundarias europeas se hace la enseñanza matemática en dos ciclos de estudios, siendo el primero de carácter intuitivo, experimental y de constante aplicación a la vida corriente; y el segundo, de carácter racional o científico;

3.o Que existe casi uniformidad en el desarrollo de los programas de matemáticas, en cuanto a su extensión, materias que tratan, orden en que las exponen y tiempo asignado al estudio;

4.o Que ya no se sigue en la enseñanza matemática de los países más adelantados la división y el orden adoptados en los textos y programas que se emplean en casi todos los países americanos;

5.o Que en casi todos los programas europeos se da gran importancia al dibujo como elemento auxiliar para la enseñanza de la geometría, y a los ejercicios de clase para el estudio de las matemáticas en general;

6.o Que en los principales países europeos figura en los programas elementos más o menos extensos de geometría analítica y cálculo infinitesimal; y en la generalidad de ellos las nociones sobre las funciones y las representaciones gráficas;

7.o Que en la enseñanza europea se trata de relacionar lo más posible la enseñanza de las ciencias con las matemáticas, aplicando ampliamente la noción de función y las representaciones gráficas;

8.o Que en las mejores escuelas secundarias europeas, en la enseñanza matemática, se hacen revisiones de las partes estudiadas en el año anterior, y una revisión sintética al terminar los estudios, relacionando sus diversas partes en un concepto general.

Si se hace la comparación de los programas de las escuelas secundarias europeas con las que rigen en las americanas, inclusive las de Estados Unidos, se observa que la enseñanza americana es muy diversa de la que han adoptado los países europeos más adelantados: diversa en las materias que comprende, en la extensión y en el orden en que se desarrollan, en el tiempo que se les asigna y principalmente en los métodos que se aplican.

Leyendo la primera parte del informe citado y estudiando el cuadro gráfico número 1, se verá también que la enseñanza secundaria de casi todos los países europeos está organizada con un plan más complejo que en los países latino-americanos, y que el hecho de ser la enseñanza secundaria continuación de la primaria, no significa que el alumno que ingresa en ésta haya tenido que recorrer todos los grados que aquella comprende, como muchos lo han afirmado, y se cree con bastante generalidad.

Sin embargo, debo observar que no es en los programas, ni aun en los textos, donde se pueden apreciar las grandes diferencias que existen entre la enseñanza científica europea y la americana; para darse exacta cuenta del espíritu de la enseñanza matemática moderna europea, es necesario estudiar las instrucciones que la rigen, en las cuales se indican los métodos que deben seguirse.

El pleno conocimiento de los métodos de enseñanza moderna de las matemáticas, en su esencia y en su aplicación, sólo se adquiere estudiando cuidadosamente las instrucciones de los diversos países que, por su adelanto, rigen la marcha de la enseñanza en el mundo.

Sólo con ese estudio general y con un análisis comparativo de los programas, y de las instrucciones para su aplicación, es que pueden determinarse los puntos fundamentales de la reforma, aquellos que han sido adoptados por los países más adelantados como postulados para establecer la base de los programas y de la metodología

de los estudios científicos en las escuelas secundarias. Quien estudie con detención los programas y las instrucciones que sobre la enseñanza matemática rigen en Alemania, Austria, Francia e Inglaterra que reproduciré más adelante, no dejará de encontrar esos puntos fundamentales de la enseñanza matemática moderna.

II

Poderoso auxiliar para el profesor y valiosa fuente de estudio para conocer a fondo las características de la enseñanza matemática moderna es la notable revista titulada « L'enseignement mathematique », el más autorizado órgano de difusión de los nuevos métodos en los ramos a que su título se refiere.

Esa revista y la « Comisión internacional de enseñanza de las matemáticas », son las que han contribuído a difundir, entre los profesores de los diversos países, las reformas que más han mejorado la enseñanza científica.

Los congresos internacionales del profesorado de los países representados en la « Comisión internacional de enseñanza de las matemáticas », los importantes y numerosos trabajos en ellos considerados, las interesantes e ilustrativas discusiones a que ellos dieron lugar, los importantes temas propuestos a estudio de las Subcomisiones, las conclusiones a que se llegó, mediante la contribución de los más notables profesores de Europa y de los Estados Unidos, se encuentran en « L'enseignement mathematique »: figura, además, en la misma publicación, una bibliografía que analiza las diversas obras de enseñanza matemática que se publican en Europa y Estados Unidos. (1)

Es a esa Comisión internacional que se debe princi-

(1) Desde hace algunos años « L'enseignement mathematique » es órgano de la « Comisión internacional de enseñanza de las matemáticas ».

palmente el afianzamiento de los nuevos métodos de enseñanza de las matemáticas que dan el carácter de uniformidad de los programas y de los ejercicios que aplican los países europeos en la enseñanza de esas ciencias en las escuelas secundarias.

Ahora bien, como la enseñanza matemática en las escuelas secundarias americanas, casi sin excepción, se rige por programas y métodos que en Europa han sido abandonados, por antipedagógicos e inadecuados al fin principal de los estudios secundarios, conviene que nuestros profesores se informen de los métodos que se aplican en la moderna enseñanza científica, y de los principios fundamentales sobre que descansa la reforma, así como de algunos de los antecedentes que la motivaron: es así como el profesorado latino-americano podrá darse cuenta de los defectos de nuestra enseñanza secundaria, y tendrá los elementos necesarios para corregirla en sus partes esenciales.

¿Qué mejor fuente de información que los estudios que al respecto han hecho y publicado los profesores de más autoridad en los países que consideramos nuestros maestros?

Felizmente me es dado contribuir a la difusión de los nuevos métodos de enseñanza matemática, dando a conocer lo que he podido reunir sobre esa importante cuestión, para estudiarla en condiciones de poder proponer a conciencia las diversas reformas que he propuesto en el Consejo de Enseñanza Secundaria, en los planes de estudio y en los programas.

Ha facilitado mucho mi tarea « L'enseignement mathematique », por lo menos me ha dado la orientación que necesitaba para darme cuenta de los fundamentos de la reforma: diversas transcripciones de esa revista, reunidas a las informaciones que se encuentran en diversos libros y publicaciones oficiales que he podido conseguir, constituyen el conjunto de elementos, que ordenados en la forma que los presento, dan una idea bastante com-

pleta y exacta de lo que es actualmente la enseñanza matemática en las escuelas secundarias de los países más adelantados del mundo.

III

Conviene advertir que los datos y observaciones que aparecen en este libro no sólo interesan a los profesores de matemáticas: son también de interés para los de letras y de ciencias físicas y naturales, para los abogados y los médicos, en fin, para todos los que tienen alguna relación con la enseñanza secundaria y superior: existe aún en los países americanos la errónea creencia de que el estudio de las matemáticas, si bien tiene gran importancia para los ingenieros, no la tiene para los demás profesionales que estudian en la Universidad. Profundo error a que en gran parte se debe la deficiencia de nuestros estudios secundarios en la enseñanza científica, que es precisamente la que caracteriza la « enseñanza moderna »

El estudio de las matemáticas, además de su valor educativo y de preparación para las ciencias físicas y naturales, tiene actualmente gran importancia por sus continuas aplicaciones a las ciencias económicas, a la psicología, a la fisiología, y en general, a todas las ramas del saber organizadas como ciencias, puesto que las leyes científicas no son más que relaciones matemáticas, variaciones funcionales. Son necesarias las matemáticas para los abogados, para los médicos, para los comerciantes, para los industriales y para cualquiera persona culta que tenga que consultar obras de carácter científico, tanto en cuestiones de medicina como de economía política, de ciencias físicas y naturales, como de estadística, de higiene pública, como de seguros, de psicología como de ciencias comerciales; porque todo el que tenga que consultar obras fundamentales de esos ramos del

saber, no alcanzará a comprender sus fundamentos de carácter científico, la esencia y la aplicación de sus leyes, sino conoce las matemáticas por lo menos con la extensión que se da a su enseñanza en las escuelas secundarias europeas, que incluye el conocimiento de las funciones y las representaciones gráficas, que no figuran en los estudios matemáticos elementales de los países americanos.

En las obras modernas, cualquiera que sea su carácter científico, es de uso corriente el empleo de las variaciones funcionales y de sus representaciones gráficas por medio de coordenadas, aun en libros y periódicos destinados a la cultura popular. Empleando las funciones y sus representaciones gráficas se generalizan y se simplifican las cuestiones de carácter científico, se exponen con más precisión y más claridad los resultados, y se ponen de manifiesto, apreciándolos a simple vista, en su conjunto, las relaciones existentes entre las causas y los fenómenos que de ellas derivan.

Las variaciones algo complejas, resultantes de la observación o de la experiencia, expresadas en cuadros numéricos, sólo con mucho trabajo y estudio dan resultados utilizables al investigador, al que quiera saber si esas variaciones obedecen a alguna ley, siquiera sea aproximada, y distinguir al mismo tiempo las anomalías que en ellas pueda haber: con la aplicación de los gráficos, si la ley existe se descubre fácilmente y las anomalías se ponen en evidencia, y pueden descartarse.

Una simple lectura del informe de la Subcomisión americana demostrará que en casi todos los programas europeos figura el estudio elemental de las funciones y de las representaciones gráficas en la enseñanza matemática de las escuelas secundarias; en cambio no figura ese estudio en los programas de las escuelas secundarias americanas.

IV

Los programas y horarios que rigen la enseñanza científica en las escuelas secundarias americanas, comparados con los de las escuelas europeas, acusan en aquéllas una notable deficiencia en esa enseñanza, y muy especialmente en la matemática, y en cambio un exceso en el estudio de las asignaturas de cultura literaria; y este desequilibrio en ningún país se acentuó más que en el Uruguay, a tal punto que, entre todos los de Europa y de América, fué el que menos importancia asignó a las matemáticas, y el que exigió el máximo desarrollo de la historia en la enseñanza secundaria, como lo pondré en evidencia cuando trate de los planes de estudio.

Es raro, y revela por cierto una falta de sentido práctico y desconocimiento de la gran misión de la enseñanza secundaria en los países latino-americanos, el hecho de dar preferencia a los estudios de cultura literaria, propia de las civilizaciones más adelantadas, en detrimento de la cultura de base científica, que es la más necesaria para el desarrollo de las riquezas naturales, la que con los intercambios comerciales, trae consigo los progresos de los países más civilizados.

Con buen criterio, en la casi totalidad de los países americanos, se ha suprimido la enseñanza del latín y del griego; pero no es exacto, que se apliquen los principios que rigen la enseñanza moderna. Es frecuente que en los mensajes presidenciales, en las exposiciones ministeriales y en los debates parlamentarios se diga, al proponer reformas de la enseñanza, que ellas responden a las necesidades de la época moderna y a la mayor y más elevada difusión de la cultura popular de aplicación en la vida práctica.

Pero esas ideas no pasan de ser puras teorías, que hasta ahora no se han traducido en hechos en la práctica de la enseñanza: ni los planes de estudio, ni los

programas, ni los métodos de enseñanza aplican en realidad la «enseñanza moderna», la que mejor responde a la cultura popular, educadora y útil para la vida democrática y de trabajo productivo, la que en verdad contribuye a la formación del ciudadano independiente y capaz de contribuir al progreso social y político de estos países tan distintos de los europeos, por sus necesidades y por su cultura.

En lo mucho que he leído sobre las reformas de la enseñanza secundaria, publicado en los países vecinos y en el nuestro, por personas notoriamente competentes en las cuestiones que a ella se refieren, he notado, con sorpresa que tales personas carecen de suficientes informaciones respecto de las reformas de la enseñanza científica europea: esta deficiencia de información es debida, probablemente, a que esas personas, por su carrera profesional, habiendo estudiado sólo superficialmente las ciencias, no han tenido interés en conocer las publicaciones que especialmente se refieren a la enseñanza científica en las escuelas secundarias. El hecho es que en los planes y programas de estudios que tales personas han propuesto, en las ideas que han emitido para fundarlos y en los métodos que han indicado, se nota gran deficiencia en lo que se refiere a la enseñanza matemática.

Ministros y legisladores, decanos, consejeros y profesores, proponen, aprueban o reforman contínuamente planes de estudios y programas, y para fundar sus proyectos o sus resoluciones expresan ideas bastante exactas sobre los defectos que pretenden corregir en la enseñanza, y sobre los fines de la misma; pero los planes y programas que prescriben no son mejores que los que pretenden sustituir, por estar unos y otros en desacuerdo con los principios de la pedagogía, que rigen la enseñanza moderna.

Esas continuas reformas de los planes de estudio, hechas sin el conocimiento de los principios de la enseñanza moderna, no pasan de ensayos infructuosos, y no

dan por resultado más que la pérdida de tiempo y de energías para los profesores y los alumnos. Y esto sucederá mientras que profesores competentes y estudiosos no hagan un estudio a fondo de la enseñanza moderna, tal como la han entendido y practican los países más adelantados del mundo, fundado en el estudio de la psicología del niño, en la pedagogía experimental y en las necesidades de nuestra época.

En los siguientes capítulos se encontrarán los elementos más indispensables para adquirir un conocimiento exacto de la gran reforma que se ha hecho en la enseñanza matemática europea: es precisamente esa reforma la más fundamental de la enseñanza moderna.

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA PRIMARIA Y SECUNDARIA

EDAD	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 - 13	13 - 14	14 - 15	15 - 16	16 - 17	17 - 18	18 - 19
AÑO ESCOLAR	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria													
Volksschule — 5 años	—	—	—	—	—								
Bürgerschule — 3 años						—	—	—					
Gimnasio — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Escuela real — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Gimnasio real — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Bélgica													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Media — 3 años							—	—	—				
Ateneo — 7 a 7 1/2 años						—	—	—	—	—	—	—	—
Dinamarca													
Folkeskole — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Intermedia — 4 años						—	—	—	—				
Clase real — 1 año										—			
Gimnasio — 3 años										—	—	—	
Finlandia													
Primaria — 7 años	—	—	—	—	—	—	—						
Liceo — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Francia													
Primaria — 4 años	—	—	—	—									
Primaria superior — 3 años					—	—	—						
Liceo — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Alemania													
Volksschule — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Bürgerschule — 9 años				—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Gimnasio — 9 años				—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Gimnasio real — 9 años				—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Escuela real superior — 9 años				—	—	—	—	—					
Holanda													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Bürgerschule — 2 años							—	—	—				
Media — 5 años							—	—	—				
Gimnasio — 6 años							—	—	—				
Hungría													
Volksschule — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Bürgerschule — 4 a 6 años					—	—	—	—	…	…	…		
Gimnasio — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Escuela real — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Italia													
Elemental — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Gimnasio — 5 años					—	—	—	—	—				
Liceo — 3 años										—	—	—	
Liceo moderno — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Japón													
Primaria com. — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Primaria superior — 3 años							—	—	—				
Media — 6 años							—	—	—	—	—	—	
Rumania													
Primaria — 5 años	—	—	—	—	—								
Gimnasio — 5 años					—	—	—	—	—				
Liceo — 4 años									—	—	—	—	
Rusia													
Primaria — 3 a 5 años	—	—	—	…	…								
Escuela real — 7 a 8 años				—	—	—	—	—	—	—	…		
Gimnasio — 8 años				—	—	—	—	—	—	—	—		
Suecia													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Escuela real — 6 años				—	—	—	—	—	—	…			
Gimnasio — 4 años									—	—	—	—	
Suiza													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Media — 5 años					—	—	—	—	…				
Gimnasio — 7 años							—	—	—	—	—	—	—
Escuela real — 5 años									—	—	—	—	—
Estados Unidos N. A.													
Elemental — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Secundaria — 4 años									—	—	—	—	

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DE LA ARITMÉTICA

EDAD	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
AÑO ESCOLAR	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria													
Volksschule — 5 años	—	—	—	—	—								
Bürgerschule — 3 años						—	—	—					
Gimnasio — 5 años					—	—	—	—	—				
Escuela real — 5 años					—	—	—	—	—				
Gimnasio real — 4 años					—	—	—	—					
Bélgica													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Media — 3 años							—	—	—				
Ateneo — 3 años							—	—	—	—	—		
Dinamarca													
Folkeskole — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Intermedia — 4 años							—	—	—	—			
Clase real — 1 año											—		
Inglaterra													
Elemental — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Secundaria — 1 año										—			
Finlandia													
Primaria — 7 años	—	—	—	—	—	—	—						
Liceo — 4 años					—	—	—	—					
Francia													
Primaria — 4 años	—	—	—	—									
Primaria superior — 4 años					—	—	—				—		
Liceo — 4 años					—	—	—	—					
Alemania													
Volksschule — 8 años	—	—	—	—	—	—	—	—					
Bürgerschule — 6 años				—	—	—	—	—	—				
Gimnasio — 6 años				—	—	—	—	—	—				
Gimnasio real — 5 años				—	—	—	—	—					
Escuela real — 5 años				—	—	—	—	—					
Holanda													
Primaria — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Bürgerschule — 2 años							—	—					
Media — 2 años							—	—					
Gimnasio — 2 años							—	—					
Hungría													
Volksschule — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Bürgerschule — 4 años					—	—	—	—					
Gimnasio — 3 años					—	—	—						
Escuela real — 3 años					—	—	—						
Italia													
Elemental — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Gimnasio — 5 años					—	—	—	—	—				
Moderno — 4 años					—	—	—	—					
Liceo — 1 año										—			
Japón													
Primaria com. — 6 años	—	—	—	—	—	—							
Primaria superior — 3 años							—	—	—				
Media — 3 años							—	—	—				
Rumania													
Primaria — 5 años	—	—	—	—	—								
Gimnasio — 3 años					—	—	—						
Liceo — 1 año									—				
Rusia													
Primaria — 3 a 5 años	—	—	—										
Gimnasio — 4 años				—	—	—					—		
Escuela real — 3 años				—	—	—							
Chile													
Elemental	—	—	—										
Preparatoria				—	—								
Secundaria						—	—	—					—
Uruguay													
Primaria	—	—	—	—	—								
Secundaria							—	—	—				
Preparatoria													

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DEL ÁLGEBRA

EDAD	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
AÑO ESCOLAR	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria													
Bürgerschule — 2 años							—	—					
Gimnasio — 5 años							—	—	—	—	—		
Escuela real — 5 años							—	—	—	—	—		
Gimnasio real — 5 años							—	—	—	—	—		
Bélgica													
Media — 2 años							……	—	—				
Ateneo — 5 años									—	—	—	—	—
Dinamarca													
Intermedia — 2 años							……	—	—				
Clase real — 1 año										—			
Gimnasio — 3 años										—	—	—	
Inglaterra													
Elemental — 2 años							—	—					
Secundaria — 3 años									—	—	—		
Preparatoria privada — 5 años								—	—	—	—	—	
Finlandia													
Liceo — 5 años							—	—	—	—	—		
Francia													
Primaria superior — 2 años						—	—						
Liceo — 6 años						—	—	—	—	—	—		
Alemania													
Bürgerschule — 5 años							—	—	—	—	—		
Gimnasio — 5 años							—	—	—	—	—		
Gimnasio real — 5 años							—	—	—	—	—		
Escuela real superior — 5 años							—	—	—	—	—		
Holanda													
Bürgerschule — 2 años							—	—					
Media — 5 años							—	—	—	—	—		
Gimnasio — 6 años							—	—	—	—	—	—	
Hungría													
Bürgerschule — 5 años							……	—	……	……	—	—	
Gimnasio — 5 años							……	—	—	—	—	—	
Escuela real — 5 años							……	—	—	—	—	—	
Italia													
Gimnasio — 3 años							—	—	—				
Liceo — 2 años										—	—		
Moderno — 5 años							—	—	—	—	—		
Japón													
Media — 3-4 años								—	—	—	……		
Rumania													
Gimnasio — 2 años							……	—	—				
Liceo — 4 años								—	—	—	—		
Rusia													
Gimnasio — 6 años						—	—	—	—	—	—		
Escuela real — 5 años						—	—	—	—	—			
Suecia													
Escuela real — 4 años						—	—	—	—				
Gimnasio — 3 años									—	—	—		
Suiza													
Gimnasio — 6 años							……	—	—	—	—	—	
Escuela real — 4 años									—	—	—	—	
Estados Unidos													
Elemental — 1 año								……					
Secundaria — 2 años									—		—	……	
Chile													
Elemental													
Secundaria — 3 años									—	—	—		
Uruguay													
Secundaria							—	—	—				
Preparatoria										……			

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA

EDAD	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
AÑO ESCOLAR	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria													
Volksschule — 1 año					—								
Bürgerschule — 3 años						—	—	—					
Gimnasio — 6 años					—	—	—	—	—	—			
Escuela real — 6 años					—	—	—	—	—	—			
Gimnasio real — 6 años					—	—	—	—	—	—			
Bélgica													
Primaria — 1 año						—							
Media — 3 años							—	—	—				
Ateneo — 7 años							—	—	—	—	—	—	—
Dinamarca													
Folkeskole — 2 años						—	—						
Intermedia — 4 años						—	—	—	—				
Clase real — 1 año										—			
Gimnasio — 2 años										—	—		
Inglaterra													
Elemental — 5 años				—	—	—	—	—					
Secundaria — 3 años									—	—	—		
Preparatoria privada — 3 años								—	—	—			
Finlandia													
Primaria — 1 año							—						
Liceo — 4 años								—	—	—	—		
Francia													
Primaria superior — 3 años					—	—	—						
Liceo — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Alemania													
Volksschule — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Bürgerschule — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Gimnasio — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Gimnasio real — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Escuela real superior — 7 años					—	—	—	—	—	—	—		
Holanda													
Bürgerschule — 2 años							—	……					
Media — 5 años							—	—	—	—	—		
Gimnasio — 6 años							—	—	—	—	—	—	
Hungría													
Volksschule — 2 años					—	—							
Bürgerschule — 8 años					—	—	—	—	……	……	……	……	
Gimnasio — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Escuela real — 8 años					—	—	—	—	—	—	—	—	
Italia													
Elemental — 1 año						—							
Gimnasio — 5 años					—	—	—	—	—				
Liceo — 2 años										—	—		
Liceo moderno — 6 años					—	—	—	—	—	—			
Japón													
Media — 3 a 4 años									—	—	—	……	
Rumania													
Gimnasio — 4 años						—	—	—	—				
Liceo — 3 años									—	—	—		
Rusia													
Gimnasio — 3 años							—	—	—				
Escuela real — 3 años							—	—	—				
Suecia													
Escuela real — 4 años						—	—	—	—				
Gimnasio — 3 años									—	—	—		
Suiza													
Primaria — 2 años					—	—							
Media — 3 años					—	—	—						
Gimnasio — 6 años							—	—	—	—	—	—	
Escuela real — 3 años									—	—	—		
Chile													
Preparatoria				—									
Secundaria						—	—	—	—	—			
Uruguay													
Elemental			—	—	—								
Secundaria							—	—	—	—			
Preparatoria											……		

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DE TRIGONOMETRÍA

EDAD	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
AÑO ESCOLAR	1.º	2.º	3.º	4 º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria													
Gimnasio — 2 años.										—	—	—	
Escuela real — 2 años. . . .										—	—		
Gimnasio real — 2 años . . .										—	—		
Bélgica													
Ateneo — 2 años											—	—	
Dinamarca													
Gimnasio — 1 año											—		
Inglaterra													
Secundaria — 2 años										—	—		
Preparatoria privada — 2 años .										—	—		
Finlandia													
Liceo — 3 años									—	—	—		
Francia													
Liceo — 2 años										—	—		
Alemania													
Bürgerschule — 2 años . . .										—	—		
Gimnasio — 3 años.										—	—	—	
Gimnasio real — 3 años . . .									—	—	—		
Escuela real superior — 3 años.									—	—	—		
Holanda													
Media — 2 años.										—	—		
Gimnasio — 2 años.											—	—	
Hungría													
Gimnasio — 2 años.										—	—		
Escuela real — 2 años. . . .										—	—		
Italia													
Liceo — 1 año											—		
Japón													
Media — 2 años.											—	—	
Rumania													
Liceo — 2 años										—	—		
Rusia													
Gimnasio — 2 años.										—	—		
Escuela real — 2 años. . . .									—	—			
Suecia													
Gimnasio — 2 años.										—	—		
Gimnasio real — 2 años . . .										—	—		
Suiza													
Gimnasio — 3 años.										—	—	—	
Escuela real — 2 años. . . .										—	—		
Estados Unidos N. A.													
Secundaria — 1 año												—	
Chile													
Secundaria													
Uruguay													
Secundaria													
Preparatoria							.	.	.	.	......		

GRÁFICO DEMOSTRATIVO DE LOS AÑOS DE ESTUDIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA Y DE CÁLCULO

EDAD	14 - 15	15 - 16	16 - 17	17 - 18	18 - 19	EDAD	14 - 15	15 - 16	16 - 17	17 - 18	18 - 19
AÑO ESCOLAR	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º	AÑO ESCOLAR	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º
Austria											
Gimnasio — 2 años			—	—		1 año				—	
Escuela real — 2 años			—	—		2 años. . . .			—	—	
Gimnasio real — 2 años. . . .			—	—		1 año				—	
Bélgica											
Ateneo — 2 años				—	—	1 »				—	
Dinamarca											
Gimnasio — 1 año				—		1 »				—	
Inglaterra											
Preparatoria privada — 1 año . .				—		1 »				—	
Francia											
Liceo — 2 años			—	—		1 » . . .				—	
Alemania											
Gimnasio — 2 años			—	—							
Gimnasio real — 2 años. . . .		—	—			1 »				—	
Escuela real superior — 3 años .		—	—	—		2 años. . . .			—	—	
Holanda											
Gimnasio — 1 año				—							
Hungría											
Escuela real — 1 año			—								
Gimnasio — 2 años			—	—							
Bürgerschule — 1 año				—							
Rumania											
Liceo — 1 año.				—						—	
Rusia											
Escuela real — 1 año		—				1 año		—			
Suecia											
Gimnasio — 1 año				—		1 »				—	
Gimnasio real — 1 año . . .			—								
Suiza											
Escuela real — 2 años				—	—	2 años. . . .				—	—
Chile											
Uruguay											
Secundaria											
Preparatoria				......							